

LA INTERFEROMETRÍA DIFERENCIAL DInSAR – UNA TÉCNICA PARA EL MONITOREO DE LA SUBSIDENCIA EN BOGOTÁ D. C. (Conocimiento y Reflexión)

DInSAR DIFFERENTIAL INTERFEROMETRY - A TECHNIQUE FOR SUBSIDENCE MONITORING IN BOGOTÁ D.C. (Knowledge and Reflection)

Pablo Blanco Sánchez

Institut Cartogràfic de Catalunya – ICC

Germán Barreto Arciniegas y Dulfay Ortiz Abaunza

Dirección de Prevención y Atención de Emergencias de Bogotá - DPAE

Fondo para la Prevención y Atención de Emergencias - FOPAE

Resumen

Con base en el “Estudio Interferométrico Diferencial (DinSAR) que permita determinar la evolución de las subsidencias del terreno en la ciudad de Bogotá durante el periodo 2006-2008 y evaluar el potencial de la herramienta de evaluación DinSAR en el monitoreo de fenómenos de remoción de masa” realizado por el Institut Cartogràfic de Catalunya – ICC para el FOPAE y teniendo en cuenta el avance en el conocimiento generado mediante el uso de la técnica en referencia, la DPAE ha visto la necesidad de difundir tanto la justificación como la experiencia y resultados obtenidos en la aplicación de ésta técnica así como sensibilizar a la comunidad del Distrito Capital y la nación sobre la importancia que para la Gestión Integral de Riesgo significa apoyar esta y otras iniciativas en procura de una ciudad más sostenible y segura. En gran medida el presente artículo socializa los resultados del estudio realizado por el ICC en el marco de un trabajo que se contempló desde el año 2006 y que en el año 2009 permite plantear la necesidad de un trabajo interinstitucional para realizar no solo el monitoreo de fenómenos de gran extensión sino que permite visualizar las posibles aplicaciones de la técnica en otros lugares del país.

Abstract

Based on the "Differential Interferometric Survey (DInSAR) to determine the evolution of land subsidence in the city of Bogotá during the period 2006-2008 and assess the potential of the assessment tool in monitoring DInSAR removal phenomena mass " by the Cartographic Institute of Catalunya - ICC for FOPAE and taking into account the progress in the knowledge generated by using the technique referred to, the DPAE has seen the need to pass both the justification and the experience and results in the application of this technique as well as raise community awareness of the Capital District and the nation about the importance for integrated risk management means supporting this and other initiatives in pursuit of a sustainable and safe city. In this article largely socialized the results of a study by the ICC as part of a work that was envisioned since 2006 and in 2009 allows us to suggest the need for an agency working for not only monitoring of phenomena very long but to visualize the possible applications of the technique in other parts of the country.

PALABRAS CLAVE:

Interferometría diferencial, imágenes radar, interferograma, susceptibilidad, amenaza, gestión integral del riesgo, subsidencia, movimientos en masa.

1 ANTECEDENTES

En virtud a la competencia de la Dirección de Prevención y Atención de Emergencias de Bogotá – DPAE y en particular sobre el estudio y

monitoreo de las amenazas de origen natural y antrópico no intencional de la Ciudad, desde el año 2007 se exploró la posibilidad de utilizar la técnica de interferometría diferencial – DinSAR para el monitoreo de la subsidencia, generando así hasta el 2009 una base de conocimiento que requeriría lógicamente y en este caso práctico, de la validación de sus resultados y la implementación de una propuesta y estrategia tanto para el avance en el conocimiento como para la efectiva gestión integral del riesgo - GIR. La confiabilidad de los resultados depende en gran medida de la obtención

periódica y secuencial de imágenes radar de la ciudad, el levantamiento de datos sobre los niveles del terreno con altos estándares geodésicos y el análisis comparativo propio de la técnica DinSAR para conocer la magnitud de las deformaciones resultado de éste análisis. Es muy importante señalar que los resultados obtenidos a la fecha no se consideran determinantes de una situación de amenaza por subsidencia, tan solo son el indicativo de una situación de deformación que se evidencia pero que requiere no solo de estudio continuo del fenómeno con la participación activa de entidades competentes, las universidades y grupos de investigación, sino que requiere a la vez de la implementación de monitoreo continuo orientado a obtener la mayor confiabilidad de la técnica aplicada para el territorio urbano y rural de Bogotá en este caso, por el Instituto Cartográfico de Cataluña (España) – ICC.

2 INTRODUCCION

Con la participación del ICC, la DPAAE efectuó entre 2007 y 2009 un avance significativo en el conocimiento de las deformaciones del territorio de la Ciudad obtenidas mediante la aplicación de la técnica DINSAR, vinculando para ello a diferentes actores entre los que se cuentan el Instituto Geográfico Agustín Codazzi - IGAC, el Instituto Colombiano de Geología y Minería – INGEOMINAS, las diferentes entidades que conforman el Sistema Distrital de Prevención y Atención de Emergencias – SDPAE y en especial la Secretaría Distrital de Ambiente – SDA y el instituto de Desarrollo Urbano - IDU, la Universidad Nacional de Colombia y las empresas prestadores de servicios públicos de la ciudad, con el fin de aunar esfuerzos y realizar la gestión necesaria para comprender los resultados de la aplicación de la técnica DINSAR, realizar transferencia de conocimiento y emprender las acciones necesarias para la mitigación de eventuales efectos sobre el territorio urbano y rural de la ciudad.

El ICC realizó entre los años 2007 y 2009 el Estudio Interferométrico Diferencial (DinSAR) para determinar la evolución de las subsidencias del terreno en la ciudad de Bogotá durante el periodo 2006-2008 y evaluó particularmente dentro del contrato efectuado en el año 2008, el potencial de la herramienta de evaluación DInSAR para el monitoreo de movimientos en masa en atención a la necesidad de brindar a futuro una herramienta a la ciudad para realizar esta acción.

En el presente artículo se presentan los resultados obtenidos del estudio, la aplicación que tienen a la fecha para la prevención y atención de emergencias en la Ciudad y las necesidades y acciones futuras que desde la perspectiva del autor son necesarias en el futuro inmediato.

3 NECESIDAD

Como en muchas otras Ciudades de Colombia, se ha identificado en algunos sectores de Bogotá D.C. el hundimiento progresivo del terreno, el cual bajo ciertas condiciones particulares potencialmente puede afectar la estabilidad de la infraestructura de la ciudad y originar situaciones de amenaza que merecen atención.

De acuerdo con el U.S. Geological Survey, el fenómeno conocido como subsidencia corresponde al hundimiento del terreno debido a cambios que ocurren en profundidad, principalmente a la extracción de fluidos de fuentes subterráneas (agua, gas, petróleo), disolución de rocas como calizas y dolomitas debido al flujo de acuíferos (karstificación), colapso de minas subterráneas, drenaje de suelos orgánicos, y debido al humedecimiento de suelos secos (hidrocompactación).

Dada la formación geológica de los suelos preferencialmente arcillosos donde se desarrolló Bogotá y en general del entorno geomorfológico de la Sabana de Bogotá y la cuenca del río Bogotá, se establece que existe susceptibilidad a que se presente dicho fenómeno.

La subsidencia es un problema que afecta grandes extensiones de terreno, sin embargo, las zonas urbanas, debido a la infraestructura existente, son más susceptibles a los movimientos del terreno en menores extensiones de terreno. En la ciudad de Bogotá el fenómeno de subsidencia se ha venido estudiando desde los años 90 y fue INGEOMINAS la entidad que tuvo mayores avances entre 1996 y 1999 con ocasión de los estudios de Microzonificación Sísmica de Bogotá, el cual realizó para el Distrito. En los citados estudios se obtuvo valiosa información sobre los suelos de Bogotá, se realizó una caracterización en profundidad de los depósitos de arcilla, se instalaron y monitorearon piezómetros en diferentes sitios y se hicieron mediciones de deformaciones, todo ello mediante la instalación de una red que lamentablemente no existente hoy en día.

El monitoreo del fenómeno para Bogotá basado en éstas técnicas requiere no solo de grandes recursos humanos y económicos, sino de la participación de entidades del orden Nacional y Distrital en debida coordinación teniendo en cuenta la extensión del territorio. Es por ello que la DPAAE, en el marco de su misión vislumbró la necesidad de establecer inicialmente los niveles de asentamientos ocurridos por el fenómeno de subsidencia en el Distrito Capital empleando innovación tecnológica de mayor cobertura como opción para la necesaria coordinación del SDPAE, advirtiendo de forma oportuna sobre las potenciales amenazas asociadas a la estabilidad de la infraestructura (redes, puentes, vías, edificaciones) tanto pública como privada, a fin de que los responsables de la misma emprendieran las acciones necesarias para identificar, valorar y prevenir los efectos asociados al fenómeno y en beneficio de toda la comunidad.

4 OPORTUNIDAD

Se ha encontrado dentro del estado del arte del monitoreo que recientemente se han utilizado técnicas a partir de imágenes satelitales para evaluar los cambios topográficos, conocidas como técnicas DInSAR.

Conforme se presenta por el ICC en el “Estudio Interferométrico Diferencial (DinSAR) que permita determinar la evolución de las subsidencias del terreno en la ciudad de Bogotá durante el periodo 2006-2008 y evaluar el potencial de la herramienta de evaluación DinSAR en el monitoreo de fenómenos de remoción de masa” (DPAAE 2009), un Radar de Apertura Sintética (SAR por sus siglas en inglés) captura las ondas reflejadas de una superficie de terreno en términos de amplitud y fase. Para la percepción de los cambios topográficos, es necesario aplicar una metodología de interferometría diferencial, que no es más que la comparación de dos imágenes correspondientes a una misma región, de manera similar a lo que se hace en fotogrametría y fotointerpretación.

Las técnicas de Interferometría Diferencial SAR (DInSAR) permiten cuantificar los desplazamientos verticales del terreno con precisión superior al centímetro, eliminando las limitaciones inherentes a los métodos clásicos, ya que permite monitorear grandes extensiones de terreno a un menor costo, mediante la utilización de datos de sensores radar instalados en satélites.

El resultado final de la aplicación de estas técnicas es la deformación temporal en cada una de las fechas de las imágenes objeto de análisis sobre cada uno de los píxeles seleccionados de la zona de estudio y se trata por tanto de un resultado espacial y temporal. Dichos resultados son comparados con diversos datos de campo y en particular con datos de deformación de la red geodésica de Bogotá operada por el IGAC.

La técnica fue dada a conocer a la DPAAE por el ICC en la conferencia sobre tecnologías aplicadas a la captura de información para la gestión del riesgo del 16 de enero de 2006, a la cual asistieron las instituciones a nivel nacional y distrital relacionadas con el tema de generación de datos geográficos y la gestión de riesgos y atención de emergencias.

En consecuencia, la DPAAE asumió el reto de probar con el ICC esta técnica para determinar la viabilidad en la geografía de Bogotá D.C. mediante el convenio marco 317 de 2006, el convenio filial número 1 - 551 de 2006 y el contrato 408 de 2008, y para ello trabajó en coordinación con el IGAC e INGEOMINAS entre otras entidades.

5 AREA DE ESTUDIO

El territorio de Bogotá D. C. tiene una extensión total de 177.598 ha, a una elevación de 2.630 msnm, un área rural de 129.815 ha, área urbana: 30.736 ha y área suburbana de 17.045 ha.

El área de estudio seleccionada por la DPAAE para la aplicación de la técnica DinSAR, corresponde al área total de Bogotá D. C. No obstante y ante la necesidad de conocer la aplicabilidad de la técnica en la estimación de las deformaciones superficiales, fueron seleccionadas al interior del área urbana áreas de interés particular tanto en la zona plana (zonas consolidadas y aluviales) como en la zona de cambio de pendiente (zonas de ladera). Las áreas de énfasis detallado del análisis DinSAR corresponde a los sectores de Gran América (Teusaquillo), Altos de la Estancia (Ciudad Bolívar), Puente Aranda (Puente Aranda), Bosques de la Estancia y Villa Diamante (San Cristóbal).

6 PRINCIPIOS DE LA INTERFEROMETRÍA DIFERENCIAL SAR

En el informe del ICC (DPAAE 2009) se presentan los principios de la Interferometría Diferencial realizando una introducción sobre el

Procesado de la imagen SAR, la Interferometría SAR clásica (InSAR), la Interferometría SAR diferencial (DInSAR) y las Fuentes de errores DInSAR. Para la comprensión del resultado presentado en este artículo y el sentido del mismo, es de especial interés presentar de forma muy resumida los dos últimos apartes.

El SAR es un sensor activo que opera en frecuencias de microondas. Esto significa que tiene su propio sistema de iluminación, por lo que es independiente del día y la noche. Del mismo modo, al trabajar en estos rangos de frecuencia los efectos atmosféricos se minimizan y se es sensible a deformaciones de escalas milimétricas. La idea básica del radar de apertura sintética (SAR) es el movimiento de la plataforma donde el radar se embarca. La idea básica del radar de apertura sintética (SAR) es el movimiento de la plataforma donde el radar se embarca. El radar transmite pulsos electromagnéticos con cierta Pulse Repetition Frequency (PRF) y recibe los ecos dispersados en el terreno que contienen información de la escena observada (swath). Los sucesivos ecos son convenientemente muestreados y almacenados en una matriz 2D llamada matriz raw-data que todavía tiene que ser procesada. El resultado de este procesado es a su vez una matriz 2D compleja cuya amplitud provee una imagen de reflectividad, más conocida como imagen SAR. Diferentes algoritmos de procesado de una imagen SAR pueden encontrarse en la literatura ([Carrara95],[Curlander91],[Franceschetti01]). La magnitud representada de una imagen SAR es su amplitud. Sin embargo, el parámetro útil para realizar interferometría es su fase.

Una representación [FOPAE09] de la geometría de la adquisición se presenta en la Figura 1 y un ejemplo de imagen SAR en la Figura 2.

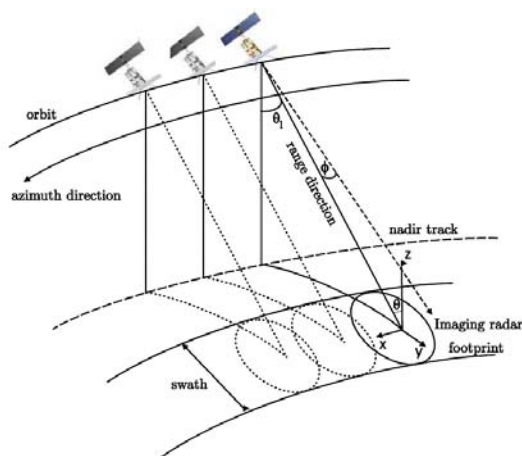


Figura 1. Adquisición de imagen SAR



Figura 2. Ejemplo de imagen SAR

La interferometría SAR (InSAR) es la técnica empleada para reconstruir la topografía de la escena de estudio combinando dos imágenes SAR obtenidas desde posiciones distintas. De hecho, el principio de extraer topografía a partir de la combinación de dos imágenes SAR es similar a la que nuestra visión emplea para localizar objetos en el espacio tridimensional.

Un par de imágenes SAR tomadas desde diferentes puntos de vista se combinan de manera que la diferencia en sus distancias a un mismo punto se relaciona con la topografía de la escena. Si S_1 y S_2 son las matrices complejas correspondientes a las imágenes SAR *master* (una forma de llamar a la imagen de referencia) y la *slave*, el interferograma es la matriz compleja resultante de multiplicar la primera matriz por la compleja conjugada de la segunda.

Dos puntos genéricos A y B se definen en la imagen SAR y se desarrolla la expresión del incremento de fase interferométrica $\Delta\phi_{AB}$ conforme se muestra en la Figura 3.

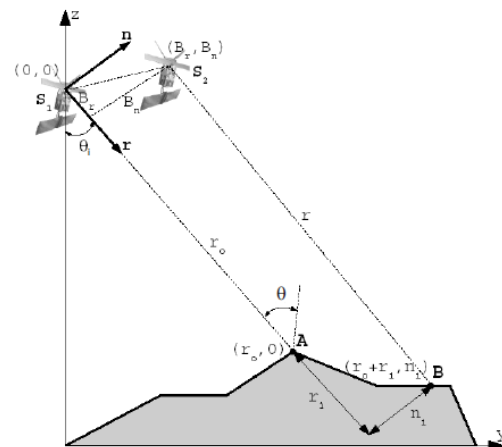


Figura 3. Adquisición de imagen SAR

Básicamente, la diferencia entre ambas distancias puede escribirse en función de una distancia de referencia ρ_0 , el ángulo de incidencia de la señal α , la diferencia de altura entre los dos puntos Δh_{AB} y la línea de base perpendicular B_n .

La proyección de la distancia entre ambas adquisiciones en la dirección perpendicular al ángulo de incidencia, es el factor clave InSAR, ya que gobierna la sensibilidad de la fase del interferograma a la topografía. Así pues, la fase del interferograma es igual a la resta de las fases de la imagen master y la slave. En el caso extremo de tomar las dos imágenes desde el mismo punto ($B_n=0$), la fase del interferograma sería igual a 0 y no podríamos extraer ninguna información de ella.

Después de los desarrollos necesarios ([Franceschetti01], [Hanssen01]) $\Delta\phi_{AB}$ se escribe como la contribución de dos términos,

$$\Delta\phi_{AB} = \Delta\phi_{plano} + \Delta\phi_{topo} \quad (1)$$

El primero es conocido como término de tierra plana, el cual expresa la fase interferométrica debido a un plano o superficie de altura constante. La cancelación del primero término, que básicamente se hace al considerarlo como un término de fase lineal en relación al comportamiento del segundo, permite aislar la fase interferométrica exclusivamente dependiente de la topografía.

El segundo relaciona los cambios de fase con los cambios de altura Δh , es decir, es el que contiene información de la topografía de la escena, es decir, lo que mide son incrementos de altura entre los puntos de la escena. La topografía de la escena se representa en el interferograma como ciclos 2π , a partir de ahora franjas. Las franjas de alta frecuencia serán observadas en las direcciones donde el gradiente de alturas es mayor (topografía abrupta) y las de baja frecuencia en áreas con variaciones suaves. Es importante recordar que la línea de base juega un papel primordial en el comportamiento de estas franjas. A igualdad de gradiente de topografía, una mayor línea de base implica una mayor frecuencia de franjas.

Para dar valores absolutos de altura el interferograma debe ser desenrollado, ([Fornaro96], [Goldstein88], [Ghiglia94], [Reigber97], [Reigber02], [Spagnolini95], [Xu96]), es decir, estos ciclos 2π deben ser convertidos en valores absolutos de fase para poder

extraer la topografía de la escena aplicando directamente la ecuación.

Finalmente, es necesario geocodificar los resultados, es decir, proyectar el mapa de alturas en coordenadas radar sobre la superficie terrestre consiguiendo el modelo de elevación digital.

A manera de ejemplo se muestra una imagen SAR correspondientes al sur de Quito (Ecuador central) en Figura 4(a). En ella ya se puede adivinar donde están situadas las partes planas y de topografía abrupta. La Figura 4(b) muestra la fase interferométrica de la escena. La frecuencia y la dirección de las franjas indican como varía la topografía a lo largo de la escena. Prestando atención al volcán situado en la parte inferiorcentral, éste tiene franjas concéntricas de alta frecuencia, mientras que la parte inferior izquierda penas no presenta franjas. Una vez la fase se ha desenrollado, el mapa de alturas range-azimuth de la escena puede obtenerse (Figura 4(c)). Finalmente, el mapa anterior se geocodifica dando lugar al DEM del área (Figura 4(d))

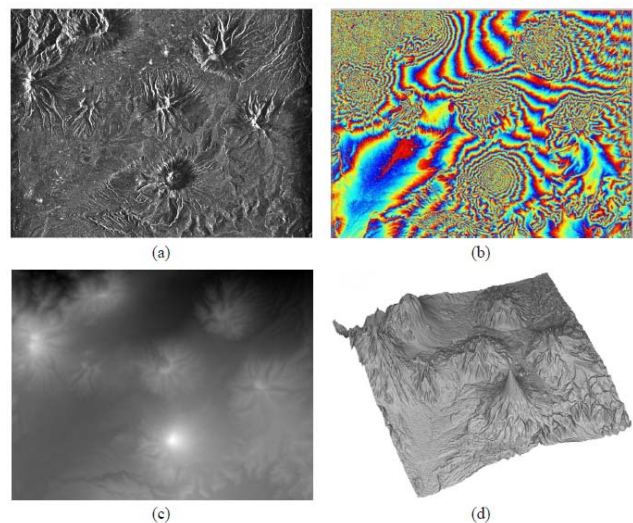


Figura 4. Desde el Interferograma hasta el DEM geocodificado (<http://srtm.det.unifi.it/>)

Las técnicas dedicadas a la observación de episodios de deformación combinando imágenes SAR, son las técnicas llamadas de Interferometría Diferencial SAR (DInSAR) ([Bamler98], [Hanssen01], [Rosen00]).

Se dispone entonces del escenario de la Figura 5, donde el área es observada desde el mismo punto de vista (línea de base cero) en dos instantes temporales entre los cuales ha habido un desplazamiento de la escena.

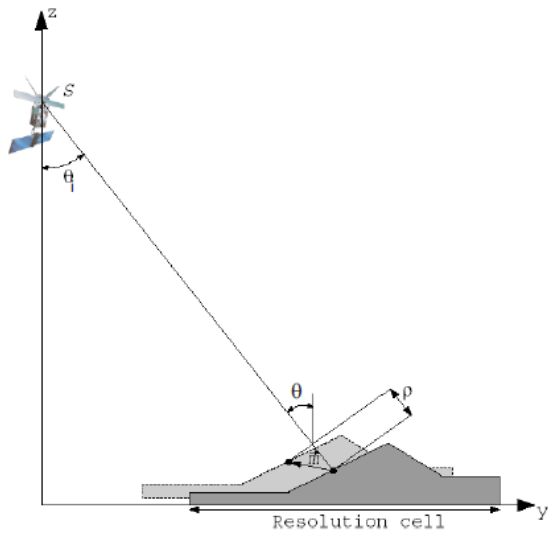


Figura 5. Geometría de adquisición de un interferograma diferencial de línea de base cero.

De otra parte, el desplazamiento ρ , el cual corresponde al cambio de la altura de la escena entre dos imágenes, causa que la fase interferométrica incluya finalmente un término en la ecuación que representa este movimiento de deformación, conforme se muestra en la siguiente ecuación

$$\phi_{def} = \frac{4\pi}{\lambda} \rho \quad (2)$$

Aquí es importante remarcar que ρ se refiere a la deformación en la dirección *range*, es decir, solo es posible medir la proyección de la deformación en la línea de vista. Del mismo modo, el término de deformación ϕ_{def} no depende de la línea de base espacial. Asumiendo que en general las imágenes estarán tomadas desde puntos de vista diferentes (y por tanto la fase i del interferograma será sensible a la topografía), la expresión general de la fase interferométrica es,

$$\phi = \phi_{topo} + \phi_{def} + \phi_{orb} \quad (3)$$

Así pues para estimar la deformación, el término de fase correspondiente ϕ_{def} se tiene que aislar, del mismo modo que el término topográfico ϕ_{topo} se aisló para estimar la topografía. La idea es generar el término topográfico a partir del conocimiento a priori de cómo es esa topografía, ya que los parámetros geométricos de adquisición son conocidos (ángulo de incidencia, distancia *range* y línea de base). Hay varias opciones, pero la más frecuente, y la que se empleó en el procesamiento de los datos de este proyecto, consiste en emplear un DEM externo para sintetizar el término de fase correspondiente. Una vez este término es

calculado, se puede sustraer de la ecuación. De este modo, si el DEM empleado contiene imprecisiones, la topografía no se cancelará del todo y surgirá un nuevo término dependiente de estas imprecisiones en el DEM ϵ (error de DEM a partir de ahora) en la expresión de la fase (ahora llamada fase diferencial).

$$\phi = \phi_{topo} + \phi_{def} \quad (4)$$

Suponiendo que la topografía ha sido convenientemente calculada, ahora las franjas contendrán información del incremento de deformación entre píxeles.

A modo de resumen, en la Figura 6 se ha dibujado el diagrama de flujo que permite observar los diferentes procesos involucrados en la generación de un mapa de deformación a partir de un interferograma diferencial SAR.

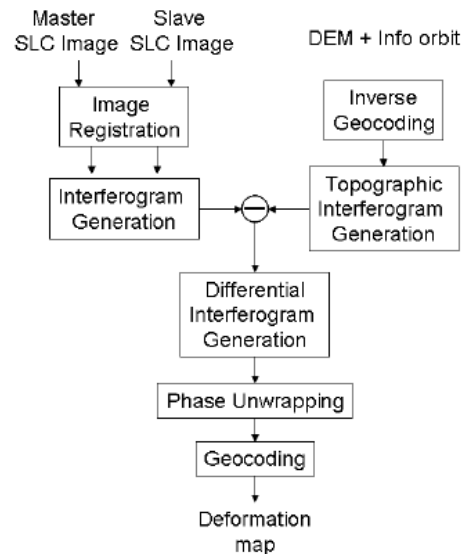


Figura 6. Esquema DInSAR desde la adquisición de la imagen hasta el mapa de deformación.

El parámetro más común para medir la calidad de la fase interferométrica es la coherencia γ ([Bamler98], [Hanssen01], [Rosen00]). En la práctica no es posible evaluar los valores esperados requeridos, pero asumiendo las observaciones de fase en una región uniforme como estacionarios, es posible obtener el estimador de máxima verosimilitud de la magnitud coherencia, sobre una ventana de estimación de N píxeles.

Como el propio estimador indica, la coherencia realiza un promedio sobre los datos originales en la dirección *range* y *azimuth*. Este promedio es conocido como factor de *multi-look* (ML). Así pues se produce una pérdida de resolución espacial con

respecto a la que originalmente tiene la imagen SAR. Por otro lado, es importante constatar que la coherencia no depende del número de imágenes empleadas.

Considerando ruido como cualquier señal no deseada presente en el interferograma, incluso si contiene información y no está causado por el propio ruido térmico del sistema, se define decorrelación, o ruido incoherente, como el ruido causado por las fuentes de error que tienen una longitud de correlación más pequeña que la ventana de estimación de la coherencia. Así pues, los errores orbitales y los debidos a artefactos atmosféricos no se consideran decorrelación y sí ruido coherente. Al seguir esta definición, los errores se dividen en dos categorías, de longitud de correlación pequeña (contribuyentes a la coherencia) y de longitud de correlación grande (no contribuyentes a la coherencia).

En un interferograma es posible medir la deformación ocurrida entre ambas adquisiciones, pero incluso, si todos los factores de decorrelación fueran bajos, los artefactos atmosféricos pueden contaminar seriamente (en especial con diferencias temporales grandes) las estimaciones.

Las técnicas DInSAR con muchas imágenes, que emplean un conjunto de interferogramas formados a partir de imágenes obtenidas en diferentes instantes temporales, son el siguiente paso en los algoritmos DInSAR con el objetivo de explotar el eje temporal. Evidentemente, si lo que se pretende es obtener información temporal de la deformación del área de estudio, el muestreo temporal es obligatorio, pero, por el hecho de tener un conjunto de adquisiciones también se obtiene una reducción de los efectos atmosféricos comparado con el caso del único interferograma. Debido a su carácter temporal aleatorio, se espera una contribución de media cero. Además, teóricamente, su carácter espacial y temporal opuesto al de las características de un movimiento de deformación típico, es utilizado para aislar ambos.

7 INTERFEROMETRÍA DIFERENCIAL SAR CON MUCHAS IMÁGENES.

La evolución natural de la interferometría SAR consiste en expandir los principios de estimación de deformación DInSAR explotando el eje temporal, conduciendo a lo que se conoce como algoritmos DInSAR con muchas imágenes (MI DInSAR) ([Ferretti01], [Berardino02], [Blanco08]).

La idea básica detrás de estas técnicas es observar el área de estudio a lo largo del tiempo adquiriendo imágenes SAR de forma regular y construyendo a partir de las mismas un conjunto de interferogramas que contengan la evolución de la deformación. El objetivo de las técnicas MI DInSAR es aislar el término de fase de deformación en cada uno de los interferogramas para estimar la componente de movimiento de cada una de las adquisiciones.

Diferentes adquisiciones del mismo área se realizan en diferentes instantes temporales, muestreando el movimiento de deformación que tiene lugar en la escena. Así pues, al combinar las diferentes imágenes para construir el conjunto de interferogramas, cada uno contendrá información sobre el incremento de deformación ρ (negativa o positiva) sucedido entre las adquisiciones *master* y *slave* como se esquematiza en la Figura 7.

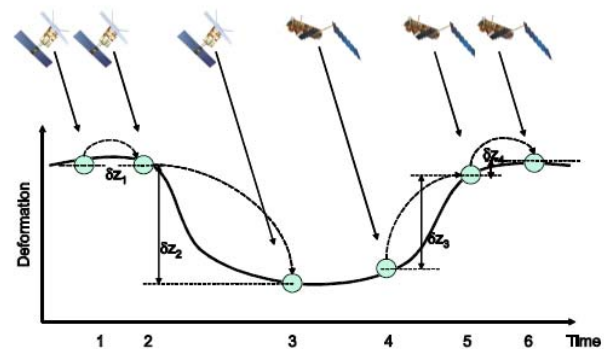


Figura 7. Monitorización de la deformación al adquirir imágenes a lo largo del tiempo

Estas técnicas se han aplicado a diferentes tipos de fenómenos de deformación superficial en seismología, vulcanología, deformaciones antropogénicas y monitorización de glaciares. Las técnicas DInSAR presentan dos ventajas inmediatas con respecto a otros métodos clásicos para medir deformaciones, como los sistemas de posicionamiento diferenciales (DGPS) u otros métodos instrumentales. En primer lugar, proveen una gran cobertura espacial con un coste relativamente bajo, en contraposición a las medidas puntuales proporcionadas por las técnicas instrumentales, que en general presentan una densidad menor de puntos de medida.

Por ejemplo, una imagen ERS o ENVISAT cubre una superficie de aproximadamente 100 km x 100 km. En segundo lugar, los sensores SAR tienen en general un tiempo de revisita mensual, lo que permite realizar una monitorización continua

del área seleccionada. De todas maneras, las diversas técnicas deben considerarse complementarias y útiles para validar el buen funcionamiento de éstas. Literatura interesante acerca de comparaciones GPS y DInSAR para la extracción de movimiento se puede encontrar en [Samsonov06] y [Samsonov07].

Cuando se han adquirido un conjunto de M imágenes SAR, en diferentes instantes temporales que pueden ser ordenados y expresados con un vector de índices, de manera que a su vez el conjunto de imágenes puede ser descrito mediante sus fases ψ como vector, y a partir de estas, se pueden generar diferentes combinaciones para crear el conjunto de interferogramas (Se considera que estas imágenes se pueden combinar libremente). El conjunto resultante de N interferogramas se puede indexar con dos vectores temporales, correspondientes a los índices de los tiempos de las imágenes de cada interferograma. La imagen master del interferograma es anterior a la *slave*. Así pues, la expresión de fase para cada interferograma se puede entender como la combinación de las fases *master* y *slave*, definiendo un sistema de ecuaciones, donde el interferograma i-esimo tendrá una línea de base temporal T_i y una línea de base perpendicular B_i .

Las líneas de base temporales y espaciales también se pueden expresar como vectores y de acuerdo con la ecuación y los diferentes términos de decorrelación, la expresión general de la fase interferométrica incluye los siguientes términos,

$$\phi_{total} = \phi_{topography} + \phi_{atm} + \phi_{linears} + \phi_{nonlinear} \quad (5)$$

Los diferentes procesos que conforman los algoritmos MI DInSAR tienen por objetivos aislar el término de deformación ψ def (t x y) y de la componente de fase de cada una de las imágenes participantes ψ def (t , x, y) resolviendo el sistema de ecuaciones planteado ya que solo se tiene acceso a las fases interferométricas.

Una vez este vector está aislado, es inmediato calcular evolución temporal de la deformación r y finalmente, la componente vertical de la deformación se calcula teniendo en cuenta el ángulo de incidencia local $\theta(t,x,y)$.

$$\rho_{vertical} = \frac{\rho}{\cos \theta (t,x,y)} \quad (6)$$

La Figura 8 presenta el esquema de los algoritmos DInSAR con muchas imágenes.

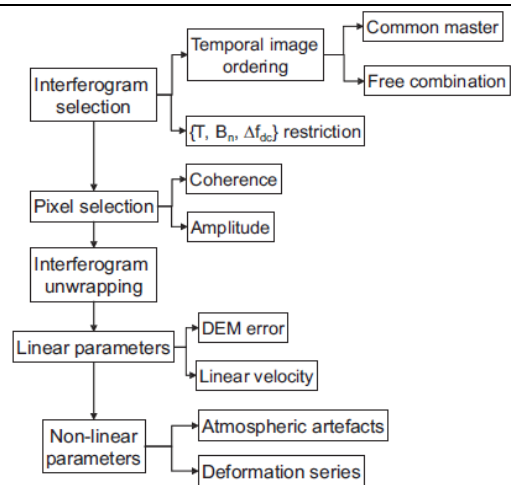


Figura 8 Esquema general de los algoritmos DInSAR con muchas imágenes

8 APLICACIÓN DE LA INTERFEROMETRÍA DIFERENCIAL MI DINSAR EN BOGOTA

8.1 Datos de análisis para la zona urbana

Se adquirieron 8 imágenes ENVISAT a lo largo de la segunda mitad del año 2008 y principio del 2009 pertenecientes al área de Bogotá (Track 168, frame 3519). Estas abarcan cada ciclo orbital (35 días) desde Junio 2008 hasta Marzo 2009. Como complemento a estas, se adquirieron también 2 imágenes ENVISAT pertenecientes a las fechas 20021221 y 20030510. Considerando que 8 es un número bajo de imágenes para extraer resultados de deformación de alta precisión, el estudio se complementó con 8 imágenes ENVISAT de la misma área adquiridas en el marco del proyecto “Estudio DInSAR sobre la ciudad de Bogotá” [FOPAE07]. Estas abarcan desde octubre del 1997 hasta febrero del 2006 y en consecuencia, se han generado los interferogramas correspondientes entre estas imágenes y entre estas y las adquiridas en el presente proyecto. A partir de éstas se han generado todos los interferogramas que no superaban una línea de base máxima de 300 metros a fin de minimizar el factor de decorrelación geométrica y una separación temporal de 5 años a fin de minimizar el factor de decorrelación temporal. En total se dispuso de 57 interferogramas.

No todas las imágenes están conectadas en tiempo a través de interferogramas. En la distribución se observan 3 subconjuntos de imágenes, entendiendo subconjunto como aquellos grupos de imágenes que no comparten ninguna imagen. Evidentemente, la calidad de los

resultados será más alta en cuanto menor sea el número de subconjuntos. Estas circunstancias afectan especialmente la detección de fenómenos no lineales de deformación.

La imagen de amplitud SAR geocodificada, correspondiente al frame completo se muestra en la Figura 9.

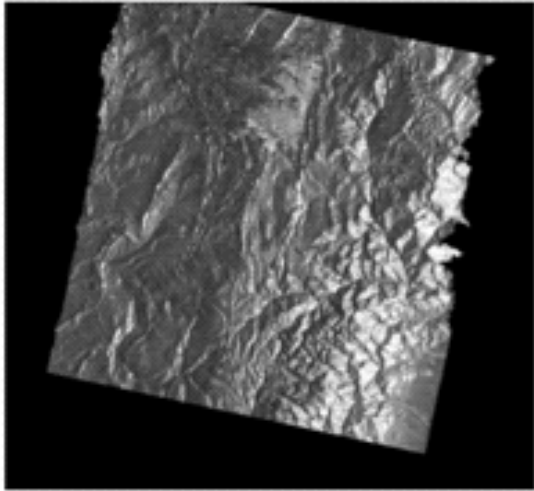


Figura 9 Imagen SAR georeferenciada de Bogotá (Track 168 Frame 3519)

Esta imagen es el promedio de las imágenes utilizadas (amplitud), ya que con ello se mejora la resolución radiométrica. El detalle de la zona de la ciudad de Bogotá se encuentra en la Figura 10.



Figura 10 Imagen SAR geocodificada de Bogotá

El análisis realizado a los interferogramas del área urbana se presenta en la Figura 11.

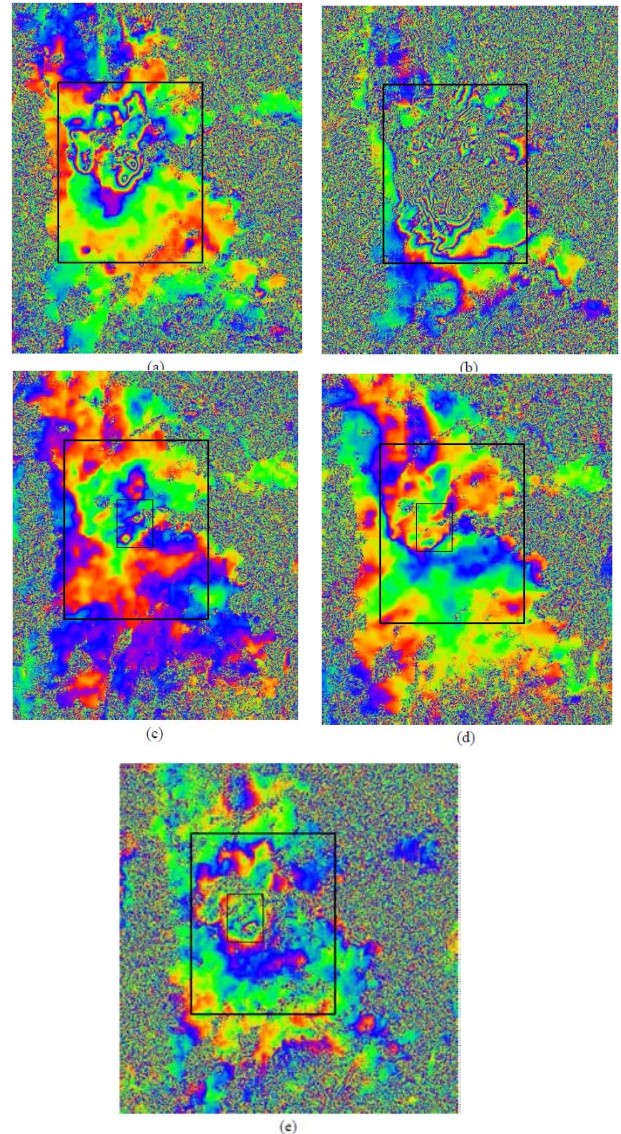


Figura 11. Conjunto de interferogramas diferenciales sobre el área de Bogotá, (a) 20041225-20060218, (b) 20041120-20081129, (c) 20080607-20081120, (d) 20080607-20090102 y (e) 20080712-20090314.

7.1.1. Resultados de la deformación temporal

Los 57 interferogramas son procesados con el algoritmo DInSAR avanzado desarrollado por el ICC. Para ello se seleccionan los píxeles que presentan una coherencia media en el conjunto de interferogramas superior a 0.4, de manera que los resultados de deformación se darán exclusivamente para dichos píxeles. Existe una relación entre coherencia y desviación estándar de fase. Este umbral asegura un nivel de ruido bajo en la fase de los píxeles seleccionados. El tamaño de cada píxel es de 30 m x 30 m.

La interpretación del valor de velocidad lineal obtenido para cada uno de los puntos seleccionados en el área de estudio correspondiente al periodo temporal [octubre 1997, marzo 2009], expresado en cm/año permite distinguir un foco principal de subsidencia situado en la zona de Puente Aranda donde la magnitud del movimiento según éste análisis alcanza los 7.5 cm/año. Del mismo modo se distingue un gradiente de deformación con centro en dicha zona. En la parte norte de la ciudad también se localiza una zona de subsidencia significativa.

La interpretación del valor de velocidad lineal obtenida para cada uno de los puntos seleccionados en el en cada una de las zonas de interés: Puente Aranda, Gran América, Altos de la Estancia, Bosques de la Estancia y Villa Diamante permite con la marca de diversos puntos representar la deformación temporal calculada válida en el caso de haber detectado que el fenómeno en dicho punto corresponde a subsidencia. La Figura 12 que se presenta a continuación muestra gráficamente los resultados obtenidos

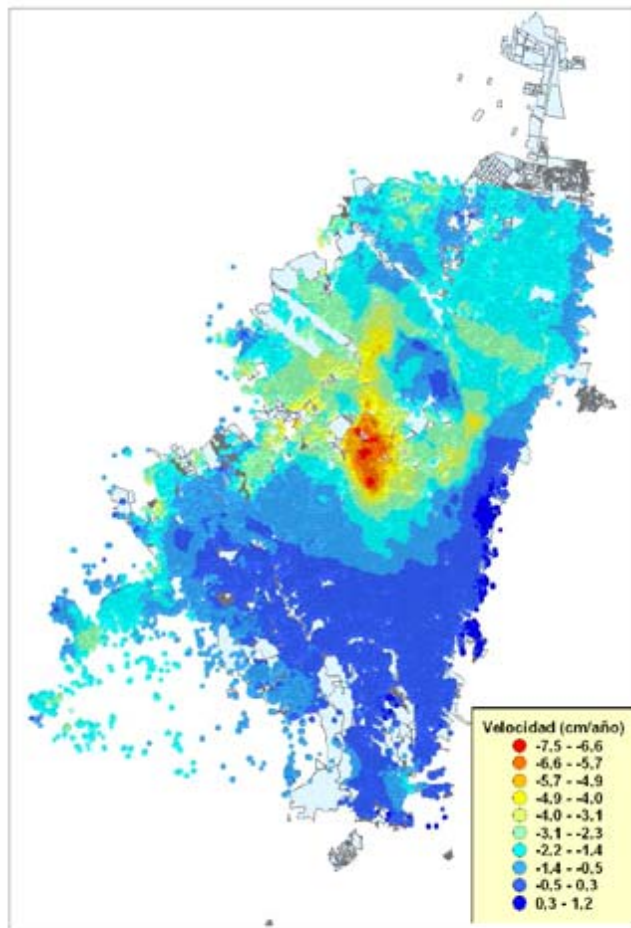


Figura 12. Mapa de velocidad lineal del área urbana de la ciudad de Bogotá

A manera de ejemplo, se presentan los resultados del análisis para el sector de Puente Aranda Figura 13, los cuales como se mencionó anteriormente, requieren en el marco de la confiabilidad del resultado de la técnica DinSAR, de la adquisición de un mayor número de imágenes periódicas en el tiempo, de la validación geodésica respectiva que permita establecer con base en la susceptibilidad de la zona si existe o no una amenaza en virtud a los registros que sean obtenidos.

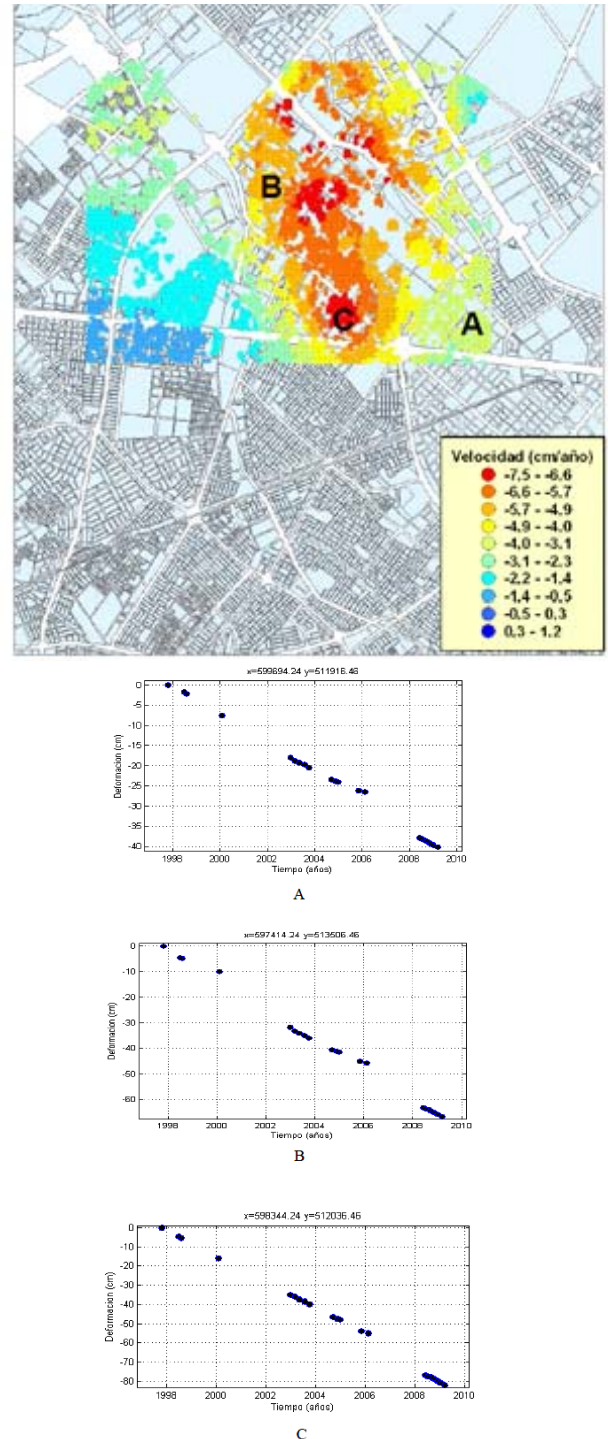


Figura 13. Mapa de velocidad lineal de Puente Aranda en la ciudad de Bogotá con tres puntos de medición de la deformación lineal

Es por ello que el IGAC una vez conocidos los resultados del estudio, en el año 2009 instaló en ésta zona considerada como piloto y en consulta con la DPAAE, cinco mojones debidamente nivelados y amarrados a la red que dicha entidad opera, con los cuales se espera que en los años sucesivos y con la realización de las diferentes campañas geodésicas establecidas para la Ciudad, se cuente a futuro con datos de campo suficientes y en lo posible con imágenes concordantes de las épocas de medición, a fin de establecer si existe o no amenaza.

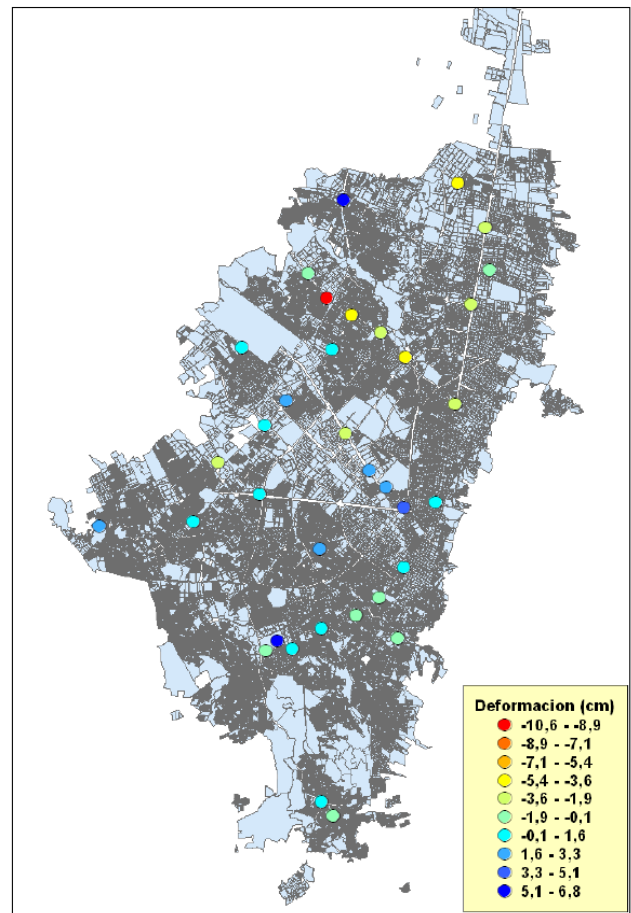
8.2 Comparación deformación DInSAR y datos red geodésica

Al disponer de datos de nivelación de la ciudad de Bogotá, éstos se compararon con las medidas de deformación calculadas a partir de las técnicas DInSAR. Los datos de nivelación corresponden a diversas medidas realizadas en la red Geodésica de Bogotá llevadas a cabo por el Instituto Geográfico Agustín Codazzi (IGAC). Estas se llevaron a cabo durante dos campañas de medidas, efectuadas en Abril del 2003 y entre el 5 de Julio y el 24 de agosto del 2007. Las desviaciones estándar de estas medidas oscilan entre 2-4 mm. A partir de la resta de ambas medidas (desviación estándar entre 2.8-5.6 mm) se deriva el mapa donde la deformación medida en dicho periodo se dibuja en las estaciones de la red geodésica.

Tal y como se observa, en general la parte norte de la ciudad presenta valores de deformación posiblemente por fenómeno de subsidencia, existiendo dos focos de deformación principal.

En primer lugar los datos DInSAR se han interpolado para estimar la deformación correspondiente al mes de Abril del 2003 y el periodo Julio-Agosto del 2007. En este caso se realizó una interpolación lineal. Hay que tener en cuenta que las fechas DInSAR más cercanas corresponden a Marzo del 2003 y Julio del 2003, y Febrero del 2006 y Junio del 2008. Restando estos valores interpolados se calculó el incremento de deformación. El siguiente paso consistió en identificar los puntos DInSAR coincidentes con la red geodésica. Para ello se consideraron aquellos puntos DInSAR más cercanos a la red en un radio de 30 metros (en caso de que los haya). La Figura 14 muestra la diferencia (error) entre las medidas DInSAR y las de la red (error = deformación

DInSAR – deformación red) en los 35 puntos coincidentes.



Error DInSAR-Nivelación

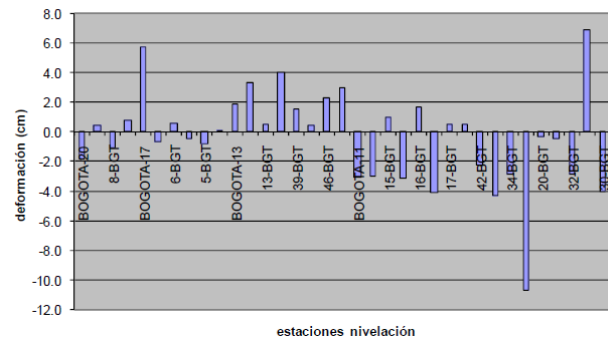


Figura 14. Mapa diferencia de deformación DInSAR estimada y la red geodésica de Bogotá (error).

8.3 Datos de análisis para la zona rural

Fueron adquiridas seis imágenes ALOS-PALSAR pertenecientes a la zona de Bogotá. En concreto tres de éstas pertenecen al track 145 y al frame 80 (Figura 15 arriba) y las tres restantes al track 145 y al frame 70 (Figura 15 abajo). Como se observa, ambos frames parten a la ciudad de Bogotá en dos, habiendo cierta, aunque reducida, zona de solapamiento.

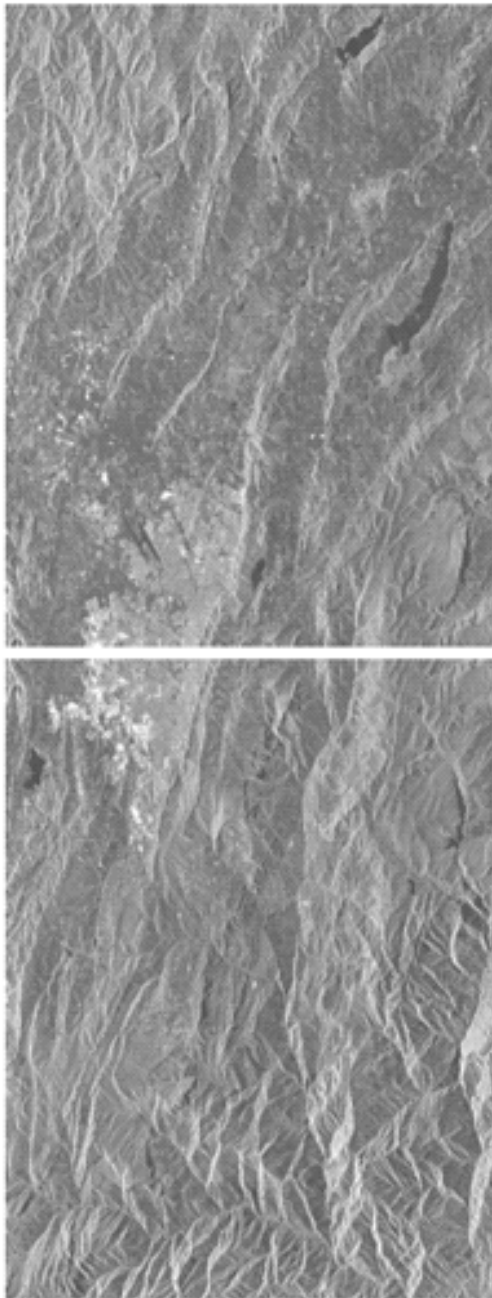


Figura 15. Imágenes PALSAR (Track 145. Frame 80 y Frame 70) correspondientes a Bogotá

ALOS-PALSAR opera en banda L (1270 MHz), lo que le confiere un mayor poder de penetración a través de la vegetación en comparación con la banda C. Así pues, en vegetaciones moderadas, la banda L permite obtener la componente superficial incrementando la coherencia en dichas zonas. También es importante remarcar que una longitud de onda de 23.6 cm significa que la deformación asociada a una franja de fase es de 11.8 cm. Estas imágenes tienen nominalmente una resolución de 9 metros en *range* y 3 metros en *azimuth*.

Para el área rural se construyeron 6 interferogramas a partir de las imágenes ALOS

-PALSAR, cuyas líneas de base espaciales B y temporales T se muestran en la Figura 16.



Figura 16. Distribución espacial y temporal de los interferogramas PALSAR de Bogotá.

El objetivo principal del uso de estas imágenes fue comprobar si la banda L (ALOS -PALSAR) permite extraer señal útil en zonas de baja coherencia en banda C (imágenes ENVISAT), como por ejemplo las zonas de vegetación moderada.

En ambos mapas de coherencia media, la zona urbana presenta del mismo modo valores altos de coherencia. Sin embargo, la zona no urbana se distingue presenta valores más altos en el mapa PALSAR que en el Envisat. Esto se refleja claramente en ambos histogramas, donde el PALSAR tiene un mayor contenido de valores altos de coherencia, achacables a las zonas no urbanas. Evidentemente, hace falta un mayor número de interferogramas PALSAR para extraer resultados más concluyentes, aunque los primeros resultados muestran la validez de utilizar la banda L para extraer información de suelo no urbano.

9 DISCUSIÓN

En el marco de la Gestión Integral del Riesgo se reconoce en esta técnica un alto potencial de uso futuro, inclusive para otras aplicaciones como el control urbanístico para la cual igualmente tiene bondades entre otras aplicaciones.

Con relación a los resultados obtenidos, la DPAE considera necesario recordar a la luz de los resultados obtenidos, que los suelos arcillosos responden a las diferencias en su contenido de humedad y es por ello que se presume que las deformaciones que pueden ser interpretadas como absolutas, pueden tener en realidad un

comportamiento cíclico casi imperceptible. Solo la corroboración en campo puede en este momento definir la realidad del sector puesto que en inspecciones oculares y consultas realizadas en el marco de la mesa conformado para presentar los avances del estudio, no se evidenciaron daños en la infraestructura.

El hecho de explorar el área rural en esta primera instancia del proyecto, permite visualizar posibles usos y aplicaciones en este territorio de poca intervención antrópica pero donde los daños ecológicos y ambientales derivados de problemas de inestabilidad del terreno o tal vez por subsidencia son igualmente relevantes.

No obstante el proyecto pretendía brindar un apoyo en el marco de la prevención y se considera que así se obtuvo, la apropiación de recursos por parte de las diferentes entidades del orden nacional y local para el estudio del fenómeno con este enfoque no es tarea fácil.

Se resalta el esfuerzo de IGAC por involucrar este tema de monitoreo directamente en sus responsabilidades y con ello contribuir con el levantamiento y análisis de los datos geodésicos de la red y los puntos adicionales localizados en el área piloto, al avance en el conocimiento, dando así posibilidad de salvaguardar vidas humanas y advertir de daños a la comunidad. En igual sentido se resalta el trabajo de la Secretaría Distrital de Ambiente – SDA, la cual en el marco de la Mesa Interinstitucional de Aguas Subterráneas (instaurada a finales del año 2009), con participación igualmente del Ministerio de Ambiente, Vivienda y Desarrollo Territorial, exploran actualmente la incidencia de la extracción de agua subterránea en la Sabana de Bogotá y en este mismo escenario regional incluyendo a la Ciudad de Bogotá. Es así como la DPAE se cuenta en el grupo de entidades participantes de la mesa y que construirán el modelo hidrogeológico, realizará el análisis del mismo y validará con datos de campo obtenidos.

No menos importante es el reconocimiento del interés de INGEOMINAS y la Universidad Nacional por formalizar con la DPAE un convenio con el fin de restablecer el monitoreo de la subsidencia y profundizar en la investigación del fenómeno determinando zonas de Bogotá donde éste se presenta o puede presentarse.

Las acciones anteriores como fase siguiente al proyecto adelantado por DPAE con el ICC en el

año 2008, darán al tema de monitoreo a gran escala para la ciudad, la relevancia y perspectiva de acción, la cual es necesaria para un desarrollo sostenible y seguro de la ciudad.

Mediante el monitoreo oportuno del movimiento en masa y si la conclusión de su análisis es satisfactoria, se observa con mucho agrado la optimización de los recursos para el monitoreo de fenómenos naturales en diversas ciudades del país.

10 CONCLUSIONES

En el proyecto “*Estudio Interferométrico Diferencial (DInSAR) que permita determinar la evolución de las subsidencias del terreno en la ciudad de Bogotá durante el periodo 2006-2008 y evaluar el potencial de la herramienta de evaluación DInSAR en el monitoreo de fenómenos de remoción de masa*” se ha realizado un estudio de las deformaciones verticales del terreno para toda la superficie de Bogotá mediante técnicas avanzadas de Interferometría Diferencial DInSAR.

Para ello, se han adquirido 10 imágenes ENVISAT. 8 de ellas en cada ciclo orbital (35 días en este caso) desde junio 2008 hasta marzo 2009, a las que se han complementado con 2 pertenecientes a las fechas. Pese a que el tiempo de revisita es inmejorable, 8 es un número bajo de imágenes para obtener resultados de deformación temporal con un alto grado de precisión. Por ello se han añadido 8 imágenes ENVISAT en el intervalo temporal octubre 1997- febrero 2006, ya utilizadas en el análisis marco realizado en el proyecto anterior [FOPAE07].

Dentro del presente proyecto se han adquirido 2 imágenes ENVISAT pertenecientes a este intervalo temporal con fechas 20021221 y 20030510. Es importante también considerar que aún utilizando todo el conjunto de datos anteriores, existen problemas de conectividad temporal entre las distintas imágenes, lo que puede influir en la precisión de la estimación de las componentes no lineales de la deformación.

En primer lugar se analizaron los interferogramas generados a partir de las imágenes del año 2008 y la de marzo del 2009. En ellos se pone de manifiesto un movimiento de deformación significativo en la zona de Puente Aranda. El siguiente paso consistió en aplicar las técnicas avanzadas DInSAR sobre el conjunto de datos Envisat.

El mapa de velocidad lineal de deformación de la zona de estudio correspondiente al intervalo octubre 1997 – marzo 2009 revela un gradiente de subsidencia en la ciudad con un foco claro en la zona de Puente Aranda. Diferentes áreas han sido estudiadas en detalle analizando las deformaciones temporales calculadas. Dependiendo de la zona, se ha encontrado patrones lineales (como por ejemplo en Puente Aranda) y no lineales (como por ejemplo en Altos de la Estancia).

Los resultados DInSAR han sido comparados con los obtenidos en dos campañas de medidas llevadas a cabo en Abril del 2003 y el Julio-Agosto del 2007 con la red geodésica de Bogotá del Instituto Geográfico Agustín Codazzi. Analizando las diferencias de deformación entre estas medidas y los cálculos DinSAR sobre los puntos coincidentes, se encuentra una media del error de -0.3 cm con una desviación estándar de 3.2 cm. Sin embargo, excluyendo la única muestra que supera un error de 10 cm, la media se puede considerar nula y la desviación estándar baja a 2.69 cm.

Para evaluar el aumento de coherencia de la banda L con respecto a la banda C en zonas de vegetación moderada, se procesó un conjunto de imágenes ALOS-PALSAR. Teniendo en cuenta el reducido número de imágenes e interferogramas para extraer conclusiones cuantitativas, se concluyó que sí se puede observar un aumento de coherencia en zonas de baja coherencia en banda C, manteniéndose alta en la zona urbana. Esto permite pensar en la complementariedad de ambas bandas para maximizar la caracterización espacial de los movimientos.

Pese a que a la fecha no se cuenta con la validación uno a uno de los datos obtenidos y que para ello se requiere de intervención interinstitucional pública y privada, en definitiva se considera que las técnicas DInSAR se pueden valorar como una herramienta muy útil para la monitorización por ejemplo de fenómenos de subsidencia a gran escala espacial y temporal en la ciudad de Bogotá y la región (Cuenca del río Bogotá - sabana de Bogotá).

Debido a la magnitud de la deformación detectada en el área de Bogotá, se recomendó por el ICC a la DPAAE continuar el monitoreo DInSAR de la zona. Al respecto se anotó igualmente que además de emplear los datos ENVISAT y PALSAR, se puede pensar en incrementar la resolución espacial y temporal de los resultados

introduciendo imágenes SAR de última generación.

11 AGRADECIMIENTOS

Los autores agradecen a las entidades ejecutoras y cooperantes en el desarrollo del proyecto la oportunidad de poder compartir este conocimiento en procura de reducir los factores de riesgo en el ámbito de los desarrollos actuales y futuros de la ciudad.

En particular las entidades que han asistido a los talleres organizados por la DPAAE son las siguientes:

- Instituto Cartográfico de Cataluña - ICC
- Instituto Geográfico Agustín Codazzi - IGAC
- Instituto Colombiano de Geología y Minería – INGEOMINAS
- Secretaría Distrital de Gobierno SDG
- Secretaría Distrital de Ambiente – SDA
- Universidad Nacional de Colombia Sede Bogotá – Facultad de Ingeniería
- Instituto de Desarrollo Urbano – IDU
- Empresa de Acueducto y Alcantarillado de Bogotá –EAAB
- CODENSA
- Gas Natural

12 REFERENCIAS

- [Bamler98] R. Bamler and P. Harlt. "Synthetic Aperture Radar Interferometry". Inverse Problems, vol. 14 numb 4, August 1998, pp:R1-R54"
- [Berardino02] P. Berardino et al., "A New Algorithm for Surface Deformation Monitoring Based in Small Baseline Differential {SAR} Interferograms. IEEE Journal of Geoscience and Remote Sensing, vol. 40, num. 11, November, 2002, pp:2375- 2383.
- [Blanco08] P. Blanco-Sanchez, J. Mallorqui, S. Duque and D., Monells, "The Coherent Pixels Technique (CPT): An Advanced DInSAR Technique for Nonlinear Deformation Monitoring" Pure & applied geophysics PAGEOPH, Vol. 165, No. 6. June 2008, pp. 1167-1193.
- [Carrara95] W. G. Carrara, R. S. Goodman, and R. M. Majewski. "Spotlight Synthetic Aperture Radar: Signal Processing Algorithm ({IPF})", Artech House,,Norwood, Massachussets,1995.
- [Curlander91] J. C. Curlander and R. N. McDonough, "Synthetic Aperture Radar: Systems and Signal Processing", John Wiley & Sons, New York, USA, 1991.
- [Ferretti01] A. Ferretti ,C. Prati and F. Rocca, "Permanent Scatterers in {SAR} Interferometry", IEEE Journal of Geoscience and Remote Sensing, Vol. 39 Numb.1 jan 2001, pp:8-30

- [Fopae07] Institut Cartogràfic de Catalunya. " Estudio Interferométrico Diferencial SAR (DInSAR) que permitiera determinar la evolución de las subsidencias del terreno en la ciudad de Bogotá en un período de tiempo comprendido entre el año 1992 y el año 2006, utilizando imágenes de radar de los satélites ERS-1, ERS-2 y ENVISAT Fondo de Prevención y Atención de Emergencias, Abril de 2009.
- [Fopae09] Institut Cartogràfic de Catalunya. "Estudio Interferométrico Diferencial (DinSAR) que permita determinar la evolución de las subsidencias del terreno en la ciudad de Bogotá durante el periodo 2006-2008 y evaluar el potencial de la herramienta de evaluación DinSAR en el monitoreo de fenómenos de remoción de masa", Fondo de Prevención y Atención de Emergencias, Abril de 2009.
- [Fornaro96] G. Fornaro, G. Franceschetti and R. Lanari, "Interferometric {SAR} Phase Unwrapping Using Green's Formulation", IEEE Journal of Geoscience and Remote Sensing, vol. 34, num. 3, May 1996, pp:720-727.
- [Franceschetti01] G. Franceschetti and R. Lanari, "Synthetic Aperture Radar Processing", CRC Press, Boca Ratón, Florida, 1999.
- [Goldstein88] R. M. Goldstein, H. A. Zebker and C. L. Werner. "Satellite Radar Interferometry: Two-dimensional Phase Unwrapping", Radio Science, vol. 23, num. 4, July 1988, pp: 713-720.
- [Ghiglia94] D. C. Ghiglia and L. A. Romero, "Robust Two-dimensional Weighted and Unweighted Phase Unwrapping that Uses Fast Transforms and Iterative Methods" Journal Optical Society of America, vol.11, num.1, January 1994, pp: 107-117.
- [Hanssen01] R. Hanssen, "Radar Interferometry", Kluwer Academic Publishers", 2001.
- [Reigber97] A. Reigber and J. Moreira, "Phase Unwrapping by Fusion of Local and Global Methods", Proc. IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS97), vol.2, pp:869-871. Singapore, August 3-8,1997.
- [Reigber02] A. Reigber and C. Parashou, "DEM generation using ERS tandem data: Phase unwrapping and quality assessment", Proc. of European Conference in Synthetic Aperture Radar (EUSAR'02)", vol.1, pp:245-248, Munich, Germany, May 25-27, 2000.
- [Rosen00] P. A. Rosen, S. Hensley, I. R. Joughin, F. K. Li, S. N. Madsen, E. Rodriguez and R. M. Goldstein. "Synthetic Aperture Radar Interferometry", IEEE Journal of Geoscience and Remote Sensing, Vol. 88, Num.3, March 2000, pp: 333- 382.
- [Samsonov06] Sergey Samsonov and Kristy Tiampo. "Analytical Optimization of a {DInSAR} and {GPS} Dataset for Derivation of Three-Dimensional Surface Motion". IEEE Geoscience and Remote Sensing Letters, vol.3, num.1, January 2006, pp:107- 111.
- [Samsonov07] Sergey Samsonov, Kristy Tiampo, John Rundle and Zhenhong Li. "Application of DInSAR-GPS Optimization for Deviation of Fine-Scale Surface Motion Maps of Southern California", IEEE Journal of Geoscience and Remote Sensing, vol. 45, num. 2, February 2007, pp:512-521.
- [Spagnolini95] U. Spagnolini, "2-D Phase Unwrapping and Instantaneous Frequency Estimation", IEEE Journal of Geoscience and Remote Sensing, vol.33, num.3, May 1995, pp: 579-589.
- [Xu96] W. Xu and I. Cumming, "A Region Growing Algorithm for In{SAR} Phase Unwrapping", Proc. IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS'96), vol.4, pp: 2044-2046, Lincoln, Nebraska, USA, May 27-31, 1996.