

# GAST-1: determinación precisa de trayectorias con sistemas inerciales y GNSS

F. Creixell\*, I. Colomina\*, A. Baron\*\*

(\* ) Institut de Geomàtica, IG

(\*\*) Institut Cartogràfic de Catalunya, ICC

**Palabras clave:** IMU, GNSS, navegación inercial, filtro de Kalman.

## Resumen

El Institut de Geomàtica (IG) y el Institut Cartogràfic de Catalunya (ICC) están cooperando desde principios del año 2000 en el proyecto GAST-1 de desarrollo de software avanzado experimental para la determinación precisa de trayectorias (posición y actitud) con sistemas inerciales/GNSS en el ámbito de observación de la Tierra. Aplicaciones de esta tecnología en desarrollo son la orientación de sensores o la gravimetría cinemática inercial aerotransportada.

En el desarrollo de GAST-1, el algoritmo básico utilizado para la integración de estos dos tipos de datos ha sido el filtro de Kalman. Este algoritmo permite conjugar la alta frecuencia y malas características de error de los datos inerciales con la baja frecuencia y buenas cualidades estadísticas típicas de las observaciones de sistemas GNSS.

El sistema GAST-1 ha sido desarrollado siguiendo la tecnología de generación de software O-O (Orientación a Objetos) poniendo especial énfasis en la obtención de un software modular, escalable y extensible. De esta forma el sistema presenta la posibilidad de utilizar distintos modelos de calibración de los sensores inerciales de manera que pueda trabajar con diferentes calidades de datos inerciales. También admite fácilmente, mediante el cambio de sus componentes, trabajar con distintos datos GNSS y con diferentes modelos de filtro.

El presente artículo describe las características principales del sistema GAST-1 así como resultados obtenidos en los tests a los que se ha sometido el sistema para corroborar su buen funcionamiento.

## 1. Introducción

La integración de datos inerciales con observaciones de sistemas GNSS es actualmente la técnica más relevante para la determinación precisa de trayectorias. La alta frecuencia y fiabilidad de las estimaciones que esta tecnología proporciona aconsejan su utilización en aquellas aplicaciones en las que sea necesario el conocimiento de trayectorias de una forma precisa. Si bien dicho panorama ha popularizado el uso de la tecnología inercial, son comparativamente muy pocos, en el contexto de la fotogrametría y la teledetección, los grupos investigadores que hayan desarrollado sistemas basados en esta tecnología. Esto reduce, en muchos casos, la investigación en este ámbito a la simple evaluación del comportamiento y rendimiento de sistemas comerciales.

El objetivo del sistema GAST-1 (siglas de Gravimetría Aerotransportada en Substitución de la Terrestre-fase 1) ha sido el desarrollo del software avanzado para la determinación precisa de trayectorias a partir de datos suministrados por una unidad inercial combinados con observaciones de posición y velocidad (en general obtenidas con sistemas GNSS). El desarrollo de este sistema crea las bases para futuros desarrollos en el campo de la gravimetría cinemática inercial aerotransportada, de ahí la referencia a esta técnica en el nombre del proyecto.

En el presente artículo se hace primeramente una breve introducción a la tecnología y navegación inercial para los lectores no familiarizados con esta tecnología. Hecha esta introducción, se describen la metodología y estrategia utilizadas en el desarrollo del proyecto GAST-1, así como las prestaciones y características de dicho sistema. Seguidamente se muestran los resultados que han permitido asegurar el buen funcionamiento del sistema. Finalmente, a modo de conclusiones, se describe el estado actual del proyecto y las perspectivas para futuros desarrollos.

## 2. Conceptos básicos de la tecnología y navegación inercial

Si bien el objetivo de este artículo no es hacer una descripción precisa y exhaustiva de la tecnología inercial y los conceptos en ella envueltos, sí se pretende hacer comprensible a los lectores no familiarizados con las técnicas

inerciales los principios que han regido el desarrollo del proyecto GAST-1. Con este fin, en esta sección se introducen las nociones básicas de la tecnología y la navegación inercial, y se suministran referencias bibliográficas del tema.

## 2.1. Tecnología inercial

Un marco de referencia inercial es aquel en el que se verifican las leyes de la física de Newton, a saber, el marco de referencia no está sujeto al efecto de fuerza alguna y por lo tanto su movimiento es rectilíneo uniforme. Un sensor inercial es aquel capaz de medir valores respecto dichos marcos de referencia.

En el contexto tecnológico actual los sensores inerciales utilizados en la determinación de trayectorias, a los cuales nos limitaremos para simplificar la exposición, son de dos tipos: acelerómetros y giróscopos. Los primeros miden aceleraciones lineales y los segundos velocidades de rotación. Son varias las técnicas y los principios físicos que rigen el funcionamiento de estos sensores. En el caso de los giróscopos, por ejemplo, encontramos los denominados DTG (Dinamically Tuned Gyro), ESG (Electrotatically Supported Gyro) y GBG (GAS Bearing Gyro) cuyo funcionamiento se basa en el principio de conservación del momento angular, y los RLG (Ring Laser Gyro) y IFOG (Interferometric Fiber Optic Gyro) basados en el efecto relativista de Sagnac. Como es de suponer las características de funcionamiento y error son diferentes para cada sensor. Para una exposición detallada véase [1,5,7, 11]

Debe observarse en este punto que la materialización explícita de un marco de referencia inercial no es posible en el sentido estricto físico del término. Aun así, las restricciones de las técnicas inerciales actuales permiten olvidar este problema. Actualmente los sensores inerciales son capaces de medir las aceleraciones y velocidades angulares debidas al movimiento de rotación de la tierra sobre ella misma y al campo gravitacional de ésta, pero no las asociadas a la translación de la tierra alrededor del sol. De esta forma un marco de referencia con origen situado en el centro de la tierra y que permanezca en reposo respecto al movimiento de rotación de ésta puede utilizarse como marcos de referencia inercial. Dichos marcos de referencia se implementan tomando como puntos fijos objetos estelares suficientemente alejados del sistema solar como para poder considerar el error debido a su movimiento despreciable. Los marcos de referencia que sustituyen a los inerciales son llamados casi-inerciales y son los utilizados en la implementación de la navegación inercial. En lo que resta de artículo nos ocuparemos siempre de marcos de referencia casi-inerciales, si bien por comodidad, siempre nos referiremos a ellos como a marcos de referencia inerciales.

Una unidad inercial o IMU (Inertial Measuring Unit) es un dispositivo que integra tres giróscopos y tres acelerómetros junto con un reloj que permite asignar tiempo a los valores medidos por los sensores inerciales y mecanismos de calibración de dichos sensores a posibles perturbaciones debidas a cambios de temperatura o a otros agentes externos. Este tipo de unidades implementan internamente tres ejes ortogonales sobre los cuales se montan los sensores de manera que a cada eje le es asignado un acelerómetro y un giroscopio. La información suministrada por una IMU es la aceleración lineal y la velocidad angular correspondiente a cada uno de los ejes de un sistema de tres ejes ortogonales con el correspondiente valor de tiempo común para estos seis valores. La frecuencia típica de salida de datos de una unidad inercial oscila, en función de las características de la IMU, entre los 50 y 400 Hz.

Si bien son varios los criterios válidos para la clasificación de los diferentes tipos de unidades inerciales, la clasificación más común es la utilizada en el contexto militar. Los tipos de IMU identificados son las tácticas, las de navegación y las estratégicas

## 2.2. Navegación inercial

Dados dos marcos de referencia ortonormales  $i$  y  $b$  la transformación que permite el cálculo de las coordenadas en el marco  $i$  de un vector a partir de las coordenadas de éste en el marco  $b$  es:

$$x^i = x_0^i + R_b^i x^b \quad (1)$$

donde  $x_0^i$  es un vector de translación fijo y  $R_b^i$  es la una matriz de rotación que define la orientación entre los dos marcos. Si  $i$  es el marco de referencia inercial y  $b$  el marco de referencia instrumental al que están referidos los

datos inerciales suministrados por la IMU, la determinación de la matriz  $R_b^i$  es posible mediante la integración de la ecuación diferencial siguiente:

$$\dot{R}_b^i = R_b^i W_{ib}^b \quad (2)$$

donde  $W_{ib}^b$  es la matriz

$$W_{ib}^b = W(\mathbf{w}_{ib}^b) = \begin{pmatrix} 0 & -\mathbf{w}_z & \mathbf{w}_y \\ \mathbf{w}_z & 0 & -\mathbf{w}_x \\ -\mathbf{w}_y & \mathbf{w}_x & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

siendo  $\mathbf{w}_{ib}^b = (\mathbf{w}_x, \mathbf{w}_y, \mathbf{w}_z)$  el vector medido por la IMU de velocidades de rotación del marco de referencia instrumental alrededor del marco de referencia inercial expresadas en el marco de referencia instrumental. Aquí el superíndice indica el marco de referencia en el cual están expresadas las velocidades angulares y los subíndices los marcos envueltos en el giro y la dirección de éste. Sirva esta notación para las posteriores ecuaciones expuestas.

Por otro lado, por la segunda ley de la física de Newton la ecuación que rige el movimiento de un cuerpo sometido al campo gravitacional de la tierra es:

$$\ddot{r}^i = g^i(r^i) + f^i \quad (4)$$

donde  $r^i$  es la posición del cuerpo,  $g^i(r^i)$  es la aceleración debida al potencial gravitacional y  $f^i$  la fuerza específica medida por los acelerómetros de la IMU.

La combinación de las ecuaciones (2) y (4) da la ecuación fundamental de la navegación inercial o ecuación de mecanización del movimiento inercial:

$$\begin{aligned} \dot{r}^i &= v^i \\ \dot{v}^i &= R_b^i f^b + g^i(r^i) \\ \dot{R}_b^i &= R_b^i W_{ib}^b \end{aligned} \quad (5)$$

donde ahora  $v^i$  es la velocidad en el marco de referencia inercial y  $f^b$  la fuerza específica medida por la IMU expresada en el marco de referencia instrumental.

Dadas una posición, una velocidad y una actitud inicial, la integración de la ecuación diferencial (5) permite el cálculo de la trayectoria efectuada por la IMU. Por cuestiones de comodidad se acostumbra a solucionar dicha ecuación expresada en otros marcos de referencia de manera que en la salida del cálculo se obtengan los valores deseados en marcos de referencia de más fácil interpretación. Una de las formas más usual de expresar la ecuación de mecanización del movimiento inercial aparece al utilizar un marco del tipo ECEF (Earth-Centered Earth-Frame). La ecuación (5) se convierte entonces en:

$$\begin{aligned} \dot{r}^e &= v^e \\ \dot{v}^e &= R_b^e f^b + 2W_{ie}^e v^e + g^e(r^e) \\ \dot{R}_b^e &= R_b^e (W_{ei}^b + W_{ib}^b) \end{aligned} \quad (6)$$

donde  $r^e$  y  $v^e$  son la posición y la velocidad respectivamente en el marco de referencia geocéntrico,  $g^e(r^e)$  es la aceleración debida al potencial gravitacional de la tierra en el marco geocéntrico,  $R_b^e$  es la matriz de rotación entre el marco de referencia instrumental y el marco de referencia geocéntrico,  $\mathbf{w}_{ie}^e = (0, 0, \mathbf{w}_e)$  con  $\mathbf{w}_e$  la velocidad de rotación del marco de referencia geocéntrico respecto al marco inercial y  $\mathbf{w}_{ei}^b = -R_b^e{}^T \mathbf{w}_{ie}^e$ .

Para una exposición completa de la extracción de estas formulas y otras expresiones de las mismas véase [3, 5, 11]

Debe observarse en este punto de la exposición que independientemente de la estrategia de cálculo utilizada para la extracción de la trayectoria a partir de los datos inerciales es ineludible la adopción de un modelo geopotencial de

la tierra para el cálculo de la gravedad en cada punto donde tenga que ser solucionada la ecuación. Esta necesidad es el punto de partida de la gravimetría aerotransportada a partir de datos inerciales [4, 13]. Por simplicidad el modelo utilizado habitualmente es la gravedad normal asociada a un elipsoide de referencia geodésico [14].

El tratamiento de (5) o (6) como ecuaciones diferenciales ordinarias resulta insuficiente cuando no se dispone de IMU's muy precisas, situación habitual debido al alto coste de este tipo de instrumentos, dado que los errores sistemáticos, derivas y sesgos que presentan los sensores inerciales y los errores del modelo de gravedad invalidan el resultado de la integración. Este tipo de errores puede llegar a producir errores de kilómetros en cuestión de minutos. Solventar este problema pasa primeramente por interpretar dichas ecuaciones como un sistema dinámico estocástico [6, 10]. En este caso la solución obtenida de la integración será un proceso estocástico del que calcularemos la esperanza y la covarianza. Este tratamiento permite tener en cuenta las propiedades estadísticas de las observaciones inerciales para dar una descripción de las propiedades estocásticas de la solución. El siguiente paso para solventar los errores debidos a los sensores y a la inadecuación de los modelos de gravedad es el uso de observaciones adicionales que proporcionen información redundante para ser utilizada en un filtro de Kalman. Este procedimiento se describe en el apartado siguiente.

### 2.3. Filtro de Kalman. Corrección y calibración

Dado un sistema dinámico estocástico discreto lineal y un ecuación de observación también lineal

$$\begin{aligned} x_{k+1} &= \mathbf{f}(t_k, t_{k+1})x_k + w_k \\ z_k &= H_k x_k + v_k \end{aligned} \quad (7)$$

donde  $x_k$  y  $x_{k+1}$  son los vectores de estado del sistema en los tiempos  $t_k$  y  $t_{k+1}$  respectivamente,  $\mathbf{f}(t_k, t_{k+1})$  es la matriz de transición del sistema entre los tiempo  $t_k$  y  $t_{k+1}$ ,  $z_k$  es una observación adicional en el tiempo  $t_k$ ,  $H_k$  es la matriz que relaciona  $z_k$  con  $x_k$ , y  $w_k$  y  $v_k$  son ruidos blancos no correlacionados cuyas respectivas covarianzas son  $Q_k$  y  $R_k$ .

Supongamos que hemos calculado  $x_k^-$ , nuestra estimación del estado del sistema en el tiempo  $t_k$  a partir de nuestro conocimiento del sistema hasta este mismo tiempo y las observaciones adicionales hasta el tiempo  $t_{k-1}$ . Notamos por

$$P_k^- = E((x_k - x_k^-)(x_k - x_k^-)^T) \quad (8)$$

la matriz de covarianza del error cometido en la estimación  $x_k^-$ .

Dada esta situación el filtro de Kalman permite calcular la mejor estimación del estado del sistema  $x_k$  a partir de  $x_k^-$  y  $z_k$ . Esta estimación que denotamos por  $x_k^+$  se calcula a partir de las formulas:

$$\begin{aligned} x_k^+ &= x_k^- + K_k(z_k - H_k x_k^-) \\ P_k^+ &= (Id - K_k H_k)P_k^- \\ K_k &= P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \end{aligned} \quad (9)$$

El estimador dado por el filtro de Kalman es óptimo en el sentido de mínima varianza o error cuadrático, es decir, minimiza los valores de la diagonal de la matriz  $P_k^+$ . Para una exposición extensa del filtro de Kalman véase [2, 8]

Volviendo a la navegación inercial, el filtro de Kalman permite utilizar información redundante para estimar el estado del sistema dinámico descrito por las ecuaciones (5) y (6). Si bien esta información adicional puede obtenerse de diferentes fuentes, resulta de gran utilidad el uso de observaciones de sistemas GNSS, como por ejemplo el sistema GPS, ya que este tipo de observaciones tiene propiedades estocásticas complementarias a las inerciales. Lo que se consigue con el filtro es contrarrestar las malas cualidades estadísticas de los datos inerciales con las buenas características de error de los datos GNSS, a la vez que se consigue la estimación de la trayectoria a la alta frecuencia de los datos inerciales.

Debe observarse que en contra de los requisitos expuestos en (7) para la utilización del filtro de Kalman, la ecuación de mecanización del movimiento inercial no es lineal. Solventar este problema requiere el uso de técnicas de linealización y del llamado filtro extendido de Kalman [2, 8]

El uso en el filtro de Kalman de posiciones y/o velocidades extraídas de observaciones GNSS no tan solo permite corregir los errores cometidos en la estimación de estos parámetros sino que permite también corregir los errores en la estimación de la actitud. Puede observarse en las ecuaciones (5) y (6) que la determinación de la posición y la velocidad dependen de la actitud calculada, o equivalentemente, el error producido en la estimación de la posición y la velocidad es dependiente del error cometido en la determinación de la actitud. La cuantificación de esta dependencia en la matriz de covarianza del vector de estado del sistema permite al filtro de Kalman corregir errores en la orientación únicamente con información redundante de posición y/o velocidad.

Este mecanismo descrito es la idea fundamental para la calibración de los sensores inerciales, es decir, es posible la corrección de los errores cometidos por los sensores inerciales a partir de información redundante de posición y/o velocidad debido a que los errores en la estimación de la posición y velocidad dependen a su vez de los errores en los datos inerciales.

Para llevar a cabo la calibración de los sensores inerciales debe asignarse un modelo determinista y un modelo estocástico al error de los sensores para tener una descripción estadística de su comportamiento. Hecho esto, debe ampliarse la ecuación de mecanización del movimiento inercial con nuevos valores que estimen las derivas de los giróscopos y los sesgos de los acelerómetros en función del modelo estocástico escogido. Cuando es tomado un proceso de Gauss-Markov de primer orden para modelar los errores de la IMU la ecuación (6) se convierte en:

$$\begin{aligned}
 \dot{r}^e &= v^e \\
 \dot{v}^e &= R_b^e ( f^b + \mathbf{d}f^b ) + 2W_{ie}^e v^e + g^e ( r^e ) \\
 \dot{R}_b^e &= R_b^e ( W_{ei}^b + W_{ib}^b + \mathbf{d}W_{ib}^b ) \\
 \mathbf{d}w_{ib}^b &= -\mathbf{a}dw_{ib}^b \\
 \mathbf{d}f^b &= -\mathbf{b}df^b
 \end{aligned} \tag{10}$$

donde  $\mathbf{d}w_{ib}^b$  son las derivas de los giróscopos  $\mathbf{d}f^b$  los sesgos de los acelerómetros y  $\mathbf{a}$  y  $\mathbf{b}$  son matrices diagonales con valores positivos que dependen de las características específicas de cada sensor.

Este procedimiento permitirá que el filtro estime valores para las derivas y sesgos de los sensores. Estos valores serán utilizados como correcciones de los datos inerciales en la integración del sistema (10).

Otros modelos y variables pueden utilizarse para calibrar el sistema. Así por ejemplo, puede utilizarse un proceso de Gauss-Markov de orden superior para modelar el error de los sensores inerciales o añadir a (10) ecuaciones para estimar factores de escala, o la ortogonalidad de los ejes de la IMU.

Finalmente debe observarse que el filtro también puede utilizarse para corregir otras variables que si bien, no entran propiamente dentro la integración del sistema dinámico estocástico, sí son utilizadas en el filtro. Por ejemplo el vector de excentricidad entre la IMU y la antena GPS cuando se está trabajando con este tipo de observaciones GNSS.

### 3. El proyecto GAST-1

El objetivo del sistema GAST-1 ha sido el desarrollo del software necesario para la determinación de trayectorias a partir de observaciones de sistemas inerciales analíticos (strapdown) y posiciones y velocidades obtenidas a partir de sistemas GNSS.

El sistema GAST-1 es un software de postproceso de datos, es decir, ha sido diseñado para extraer la trayectoria después de la adquisición de los datos inerciales. De esta forma, en su estado actual no está preparado para ser un sistema de cálculo a tiempo real, si bien, su arquitectura permitiría con cierta facilidad su adaptación al uso en tiempo real.

El sistema GAST-1 ha sido fragmentado en cuatro componentes cada una de las cuales ha supuesto un paso más en la obtención del producto definitivo. Las cuatro componentes enumeradas en orden cronológico de implementación son:

- *W\_navigator*: este módulo determina actitudes a partir de las observaciones de una IMU, de la actitud inicial y una posición fija.
- *I\_navigator*: determina trayectorias a partir de observaciones inerciales y de la posición, velocidad y actitud inicial con consideración de los parámetros de calibración.
- *I\_PV\_navigator*: este módulo integra el anterior (*I\_navigator*) y un modelo subsidiario de filtro de Kalman a partir de las observaciones de tipo GNSS.
- *I\_PV\_T\_server*: esta componente es la versión de la anterior (*I\_PV\_navigator*) con dos etapas de filtro, una en sentido positivo del tiempo y otra en sentido negativo del tiempo, y una componente de suavizado de las trayectorias obtenidas en las dos etapas anteriores.

En el proyecto GAST-1 se ha generado un software de nivel profesional, es decir, con altas prestaciones de modularidad, escalabilidad y extensibilidad, que aseguran su rápida adaptación a diversos ámbitos de uso y la fácil absorción de nuevos modelos matemáticos de calibración de los sensores. Con el fin de lograr estas prestaciones del software, se ha efectuado, previo a su implementación explícita, un análisis exhaustivo del diseño y la arquitectura del sistema, así como un estudio profundo de las características que este debía presentar a fin de cumplir los requisitos iniciales. Este análisis inicial ha quedado recogido en un conjunto de documentos:

- *ICD* (Interface Control Document): da la descripción de los formatos de los ficheros de entrada y salida del sistema.
- *SSD* (Software Specification Document): da una descripción de las características y especificaciones que el sistema deberá recoger para satisfacer los requisitos iniciales previstos para el sistema.
- *ADD* (Architectural Design Document): da las características principales de la arquitectura del software y establece los principios por los cuales ha sido escogida.

Por otro lado, en la implementación del sistema se ha utilizado la tecnología de generación de software O-O (Orientación a Objetos), por ser esta metodología la más acorde con los propósitos adoptados por lo que respecta a características estructurales del software. En particular el lenguaje de generación de software utilizado en la implementación ha sido C++. [9, 12]

A partir de este estudio preliminar se ha diseñado una interfaz del tipo FUI (File User Interface), de manera que el programa hace un intercambio de archivos con el usuario. De esta forma, el sistema GAST-1 requiere para su ejecución un conjunto de ficheros de entrada con los datos inerciales, las observaciones GNSS y los valores de configuración del cálculo. Al finalizar la ejecución el sistema da un conjunto de ficheros con los resultados, junto con un archivo de protocolo donde se detalla el proceso de cálculo y un fichero de error donde se describen los errores que puedan haber ocurrido en tiempo de ejecución. La simplicidad de esta interfaz permite separar el software de cálculo del proceso de adquisición de datos, convirtiendo el sistema GAST-1 en un software de procesamiento de datos inerciales independiente del hardware utilizado en la adquisición de éstos. Además, esta interfaz también permite insertar cómodamente el sistema GAST-1 dentro una cadena de ejecución de diferentes procesos tipo batch o dentro de una GUI (Graphic User Interface).

El análisis previo sumado a las características del lenguaje C++ han permitido desarrollar un sistema flexible capaz de adoptar diferentes configuraciones en el cálculo en función de los valores que el usuario decida estimar en la ejecución. De esta forma se han identificado tres tipos diferentes de parámetros:

- *state*: se estima su valor óptimo en la integración/filtro/suavizado así como sus desviaciones estándar y correlaciones. Ejemplo: posición y velocidad
- *observation*: son parámetros no estimados en la integración/filtro/suavizado para los cuales a partir de sus desviaciones estándar y correlaciones fijas se propaga su contribución al error en la estimación de los parámetros de tipo *state*. Ejemplo: observaciones inerciales.
- *constant*: parámetros constantes los errores de los cuales no se tienen en cuenta en la propagación de los errores de los parámetros de tipo *state*. Ejemplo: velocidad de rotación de la tierra.

El sistema permite al usuario asignar cada parámetro a uno de los tres tipos anteriores antes de cada cálculo, con las restricciones evidentes (la posición, por ejemplo, deberá ser siempre un parámetro de tipo *state*). En su estado actual de desarrollo el sistema es capaz de estimar los siguientes parámetros: posición, velocidad, actitud, derivas de los giróscopos, sesgos de los acelerómetros y el vector de excentricidad entre la IMU y la antena de recogida de

datos GNSS. La flexibilidad de la arquitectura adoptada permite intercambiar los modelos dinámicos con facilidad ampliando de esta forma el conjunto de posibles parámetros a estimar en el cálculo.

Por otro lado, el sistema utiliza actualmente un proceso estocástico de Gauss-Markov de primer orden para modelar el error de los sensores inerciales. En breve el sistema permitirá usar un proceso de Gauss-Markov de segundo orden para esta estimación. Este proceso es más adecuado que el primero para modelar el error de los sensores de más baja precisión.

Otras características importantes del software del GAST-1 son la capacidad de trabajar con diferentes configuraciones del modelo de corrección a partir de datos GNSS, pudiendo hacer las correcciones mediante el filtro de Kalman utilizando observaciones de posición y/o velocidad indistintamente. También es de destacar que el sistema es capaz de trabajar con datos inerciales y GNSS no sincronizados.

#### **4. Rendimiento**

Por el momento se está analizando el sistema sin una trayectoria de referencia para verificar los resultados. Por lo tanto, por ahora, se han usado los siguientes criterios cualitativos para la verificación del software:

- La identificación de la frecuencia de Schuler en las gráficas de error de las componentes horizontales de la posición en las trayectorias calculadas sin correcciones GNSS.
- La identificación del crecimiento exponencial en las gráficas de error de la componente vertical de la posición en las trayectorias calculadas sin correcciones GNSS.
- Convergencia de las desviaciones estándar y los residuos en el filtro de kalman.
- Comportamiento coherente de la trayectoria estimada por el módulo de suavizado de la componente I\_PV\_T\_server, esto es, mejoría de las desviaciones estándar de los valores estimados y obtención de trayectorias sin discontinuidades.

La verificación de estos criterios se muestra en el presente artículo mediante gráficas.

Los datos utilizados en las pruebas han sido facilitados por el Institut Cartogràfic de Catalunya y corresponden a los siguientes vuelos:

- El vuelo gravimétrico 980927 efectuado el 27 de septiembre del año 1998 con una IMU Litton LTN101.
- El vuelo fotogramétrico 001004 efectuado el 4 de octubre del año 2000 con un sistema de navegación inercial Applanix,

Los resultados expuestos en el presente artículo corresponden a dos pruebas:

- Test 1: Una ejecución de 90 minutos con la componente I\_navigator y los datos del vuelo 980927.
- Test 2: Una ejecución de 90 minutos con la componente I\_PV\_T\_server y los datos del vuelo 001004.

##### **4.1. Test 1**

Dado que la unidad inercial LTN101 es mucho más estable que la unidad inercial integrada en el sistema Applanix, las pruebas de larga duración sin correcciones GNSS se han efectuado con el primer sensor.

El modelo simplificado del error en la estimación de la posición [3, 5, 11] predice un comportamiento oscilatorio del error con frecuencia de 84,4 minutos (frecuencia de Schuler) para las componentes horizontales de la posición y un comportamiento exponencial para la componente vertical. Las figuras 1 y 2 muestran como se ha manifestado este hecho en el sistema GAST-1. Estas gráficas se han generado tomando como posiciones de referencia las obtenidas a partir de las observaciones GPS correspondientes al mismo vuelo.

Este test ha permitido corroborar el comportamiento de la componente I\_navigator de acuerdo con los hechos teóricos.

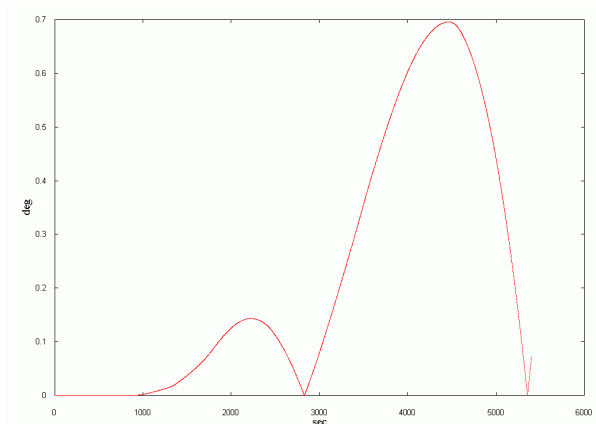


Figura 1: Valor absoluto del error en la estimación de la longitud test 1.

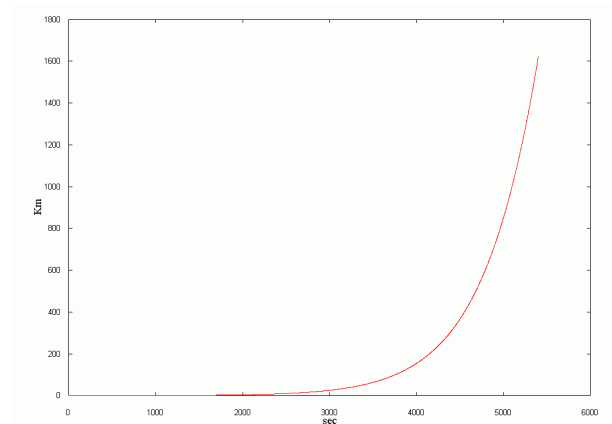


Figura 2: Valor absoluto del error en la estimación de la altura test 1.

## 4.2. Test 2

Como ya se ha dicho en este test se ha realizado una ejecución de 90 minutos con la componente I\_PV\_T\_server sobre los datos correspondientes al vuelo 001004. Recordemos que dicha componente calcula dos trayectorias haciendo uso de las correcciones GNSS, una en sentido positivo del tiempo y otro en sentido negativo, que se ponderan en un proceso de suavizado para estimar la trayectoria definitiva. De esta forma este test ha permitido comprobar el buen funcionamiento tanto del filtro de Kalman como del módulo suavizado. Los valores estimados para la posición y la actitud se muestran en las figuras 3, 4, 5, 6, 7 y 8 siguientes:

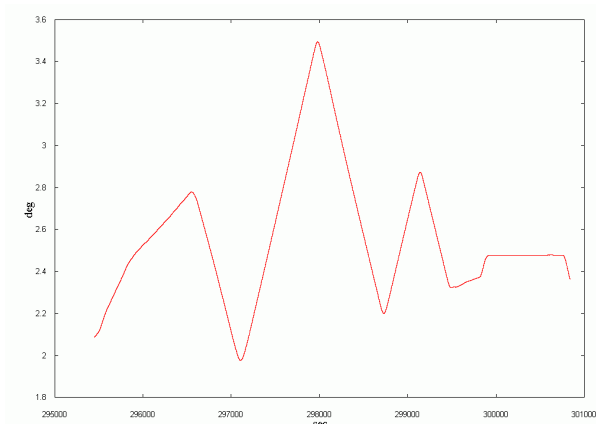


Figura 3: Longitud estimada en el test 2.

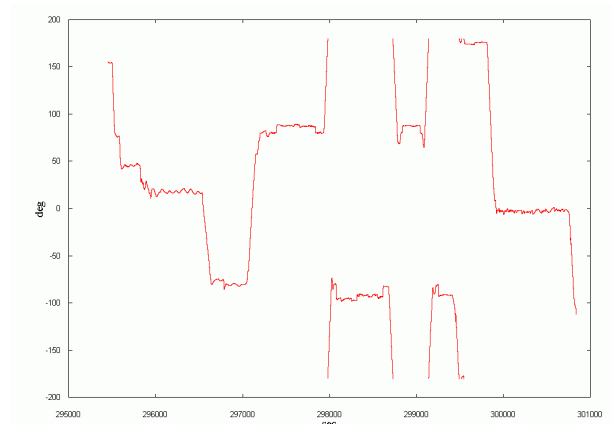


Figura 4: Angulo heading estimado en el test 2

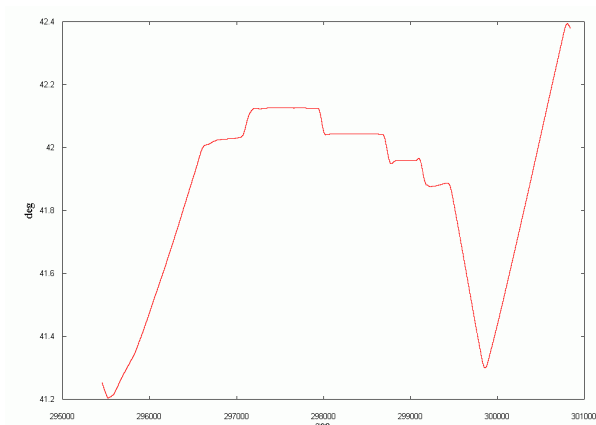


Figura 5: Latitud estimada en test 2.

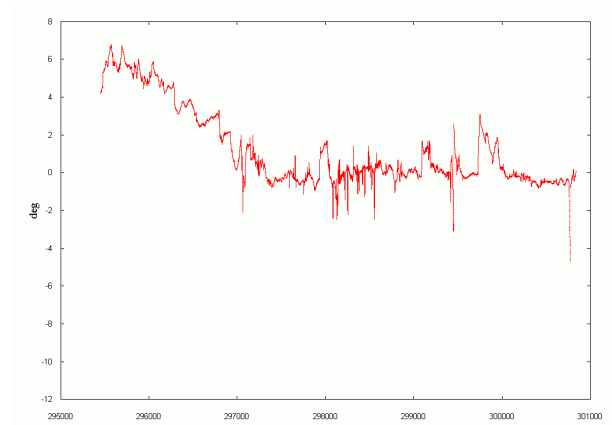


Figura 6: Angulo pitch estimado en el test 2.



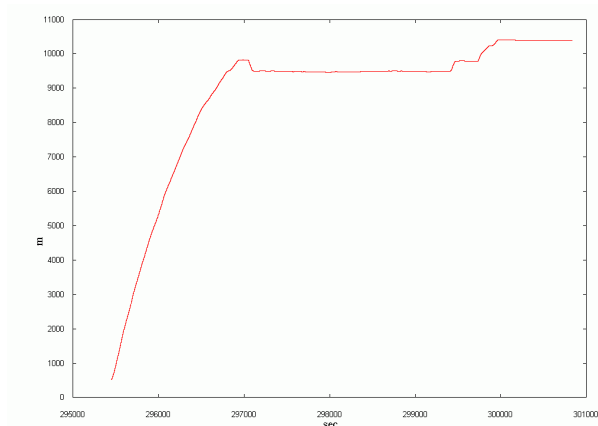


Figura 7 : Altura estimada en el test 2.

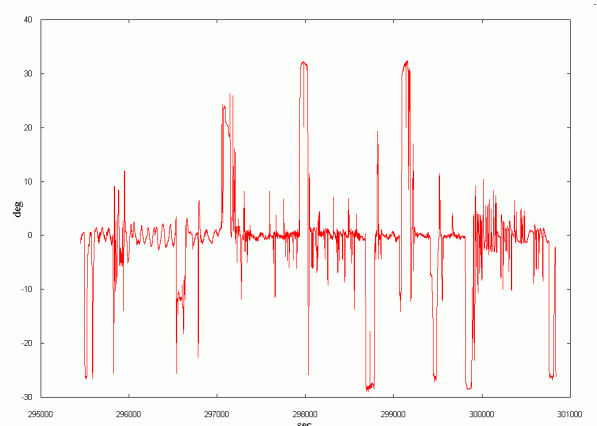


Figura 8 : Ángulo roll estimado en el test 2.

Obsérvese como en la figura 6 aparece un ángulo pitch poco común ya que un avión vuela con el morro ligeramente hacia arriba, es decir, con un ángulo pitch positivo, mientras que la gráfica muestra un ángulo ligeramente negativo en algunos tramos. De la gráfica se deduce que en el vuelo había un disalineamiento entre la orientación de la IMU y la del avión.

Por lo que respecta al comportamiento del filtro de Kalman, la inspección de los residuos procedentes del filtro en la estimación de la trayectoria positiva demuestran la estabilidad del algoritmo. Esto se ejemplifica con las figuras 9 y 10. La gráfica 9 muestra los residuos correspondientes a las correcciones realizadas en el filtro de la deriva del giroscopio del eje z de la IMU. Puede observarse como después de un periodo de calibración los residuos convergen a cero y por lo tanto, converge también el valor de la deriva de este giroscopio. En la gráfica 10 se muestran los residuos de las correcciones realizadas en el filtro del ángulo heading.

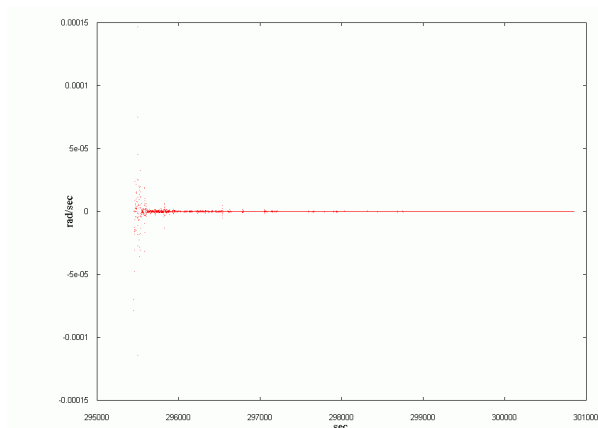


Figura 9 : Residuos de las correcciones de las derivas del giroscopio del eje z de la IMU realizadas en el filtro positivo.

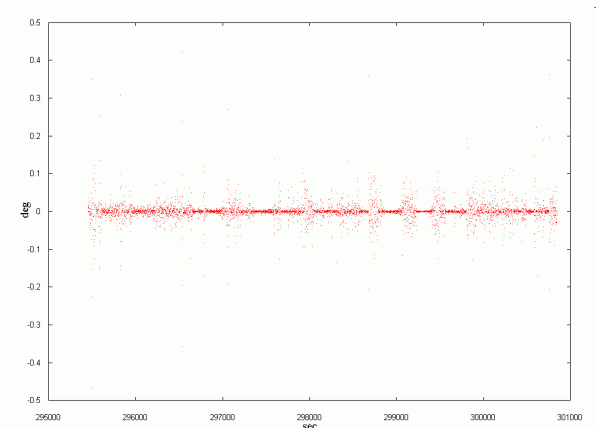


Figura 10 : Residuos de las correcciones en el ángulo heading realizadas en el filtro positivo.

Debe observarse que una limitación importante de la navegación inercial es la incapacidad del filtro de Kalman de corregir las derivas del ángulo heading cuando la dinámica del vuelo no presenta giros. Puede apreciarse este hecho en la figura 10. Obsérvese como quedan reflejados los giros del avión en aquellas partes de la gráfica en que los residuos son mayores, es decir, donde el filtro ha sido capaz de corregir los errores acumulados en los tramos rectos del vuelo debidos a las derivas de los giróscopos.

Las figuras 11 y 12 muestran como se manifiestan las correcciones del filtro tanto en la trayectoria positiva como en la negativa en forma de discontinuidades de salto, y como el suavizado final las elimina generando una trayectoria lisa. Estas gráficas corresponden a la altura y al ángulo heading para un tramo de 25 y 30 segundos respectivamente.

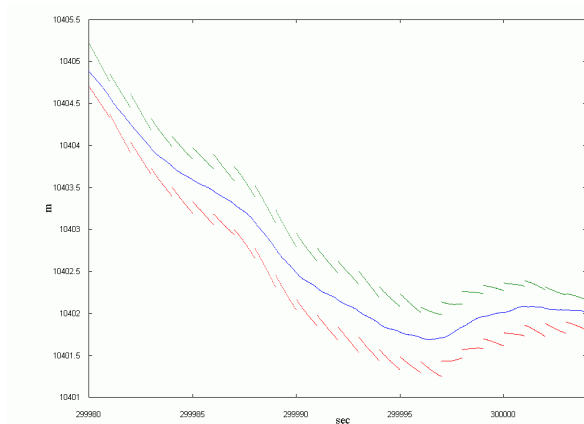


Figura 11 : Gráfica comparativa entre la altura estimada en sentido positivo (rojo), sentido negativo (verde) y en el suavizado (azul).

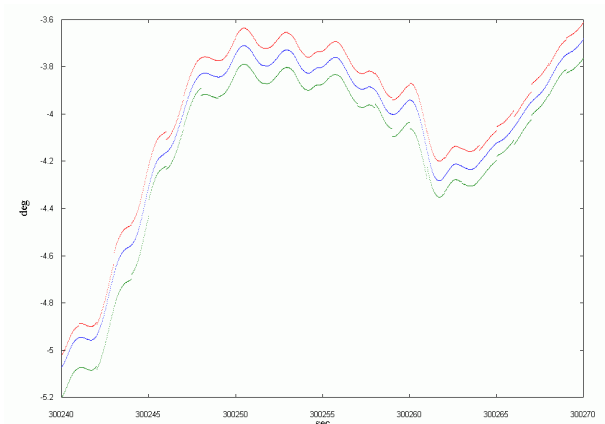


Figura 12 : Gráfica comparativa entre el ángulo heading estimado en sentido positivo (rojo), sentido negativo (verde) y en el suavizado (azul).

Este mismo efecto de suavización descrito puede apreciarse en la estimación de las desviaciones estándar. Las figuras 13 y 14 muestran las desviaciones estándar de la altura y el ángulo heading. En el caso de la altura se ha tomado un intervalo de 20 segundos para que pueda percibirse claramente el efecto del suavizado, para el heading se ha representado un tramo de 1 hora. En estas gráficas se observan claramente el efecto del filtro sobre las desviaciones estándar en forma, otra vez, de discontinuidades, y como el suavizado elimina estas discontinuidades.

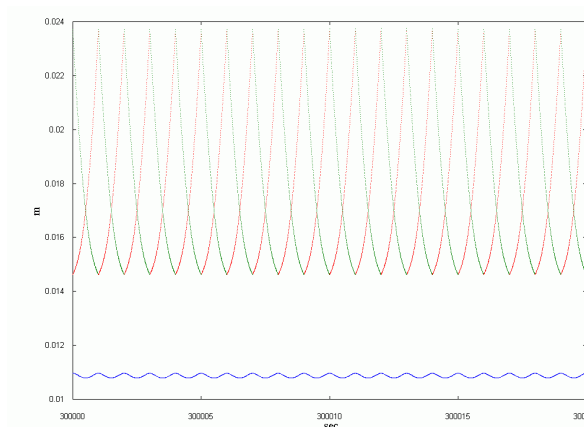


Figura 13 : Gráfica comparativa entre la desviación estándar de la altura estimada en sentido positivo (rojo), sentido negativo (verde) y en el suavizado (azul).

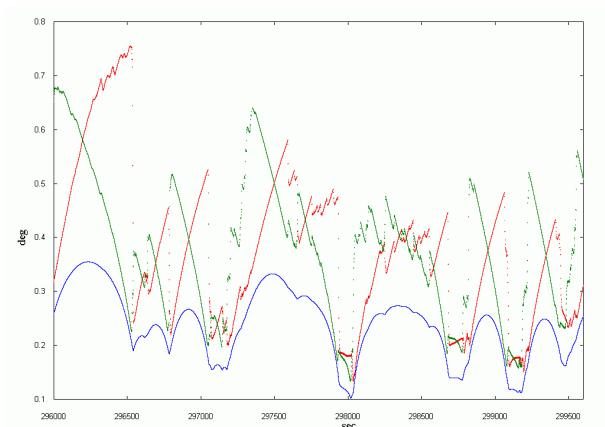


Figura 14 : Gráfica comparativa entre la desviación estándar del ángulo heading estimada en sentido positivo (rojo), sentido negativo (verde) y en el suavizado (azul).

Los resultados obtenidos en este test muestran como el filtro converge y aplica las correcciones de forma adecuada, y como el suavizado final combina toda la información del sistema acumulada durante todo el vuelo, tanto en los datos inerciales como en los GNSS, en la estimación de una trayectoria final óptima en el sentido de mínimos cuadrados.

## 5. Estado actual y perspectivas de futuro

El sistema desarrollado en el marco del proyecto GAST-1 es una herramienta fundamental para el desarrollo de aplicaciones –tanto de navegación precisa como de otros tipos– basadas en observaciones inerciales. El sistema es modular y se presta a ampliaciones con relativa facilidad.

En lo que respecta a futuros desarrollos, el sistema puede avanzar en tres caminos paralelos y distintos. En primer lugar, el sistema puede ser ampliado con nuevos modelos de calibración de los sensores inerciales. En segundo lugar, los mecanismos para el intercambio de modelos de SDS (sistema dinámico estocástico) pueden mejorarse en el sentido de facilitar dicho intercambio mediante un mayor aprovechamiento de la tecnología de orientación al objeto. Finalmente, el sistema puede incorporar modelos de SDS que incorporen estados de modelado del vector perturbación de la gravedad [véase 4, 13, 15].

## 6. Agradecimientos

Se agradece las aportaciones de M. Gimenez, M. Wis y M. del Mar Barreda con sus opiniones y inestimable ayuda y de E. Aigner por la lectura y revisión detallada del artículo.

## Bibliografía

- [1] Britting, K. R., 1971. Inertial Navigation System Analysis. John Wiley & Sons, New York - London - Sydney - Toronto.
- [2] Brown, R. G., Hwang, P. Y. C., 1997. Introduction to random signals and applied kalman filtering. John Wiley & Sons, New York - Chichester - Brisbane - Toronto - Singapore - Weinheim.
- [3] Farrel, J. A., Barth, M., 1998. The Global Positioning System and Inertial Navigation. McGraw-Hill.
- [4] Gimenez, M., Colomina, I., 2003. Gravimetría inercial analítica aerotransportada: estado actual y perspectivas. 5ª Setmana Geomàtica, Barcelona.
- [5] Jekeli, C., 2001. Inertial Navigation Systems with Geodetic Applications. De Gruyter, Berlin - New York.
- [6] Kloeden, P. E., Platen, E., 1999. Numerical Solution of stochastic differential equations. Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York.
- [7] Lawrence, A., 1992. Modern Inertial Technology. Navigation, guidance and control. Springer-Verlag, New York - Berlin - Heidelberg.
- [8] Maybeck, P. S. 1994. Stochastic models, estimation, and control (volume 1 & 2). Navtech Book & Software Store.
- [9] Meyer, Bertrand. 1997. Object-Oriented, software construction. Prentice Hall PTR.
- [10] Øksendal, B., 2000. Stochastic Differential Equations, an introduction with applications. Springer-Verlag, Berlin - Heidelberg - New York.
- [11] Savage, P. G., 2000. Strapdown Analytics (parte 1 y parte 2). Strapdown Associates, Maple Plain, Minnesota.
- [12] Stroustrup, Bjarne. 1997. C++ programming language. Addison-Wesley.
- [13] Térmens, A, Colomina, I., 2003. Sobre la corrección de errores sistemáticos en gravimetría aerotransportada. 5ª Setmana Geomàtica, Barcelona.
- [14] Torge, W., 2001. Geodesy, 3<sup>rd</sup> edition. De Gruyter, Berlin - New York.
- [15] Wix, M. y Colomina, I., 2003. TAG (Trajectory, attitude and gravimetry). El sistema de captura de datos del Institut de Geomàtica. 5ª Setmana Geomàtica, Barcelona.