



**Projecte de
regionalització
nivoclimàtica:
modelització
espacial de valors
màxims de nevada
al Pirineu**

Santiago Manguán
Esteban

Codi: ALL-014/12

Desembre 2012

Índex

LLISTAT D'ACRÒNIMS	2
1 Objectiu del Projecte	3
2 Síntesi	4
3 Dades	8
3.1 Origen de les dades.	8
3.2 Càlcul dels períodes de retorn	12
3.3 Altres consideracions sobre les dades de treball	14
4 Metodologia	16
4.1 Característiques dels GAM	17
4.2 Variables predictores i funcions parcials	18
4.3 Correlació lineal múltiple	22
5 Resultats	24
5.1 Funcions resultants, correlació i errors	26
5.2 Validació creuada	29
5.3 Prediccions	31
6 Conclusions i propostes de treball	36
7 Referències	38

LLISTAT D'ACRÒNIMS

BPA	Butlletí del Perill d'Allaus
CLM	Correlació Lineal Múltiple
IGC	Institut Geològic de Catalunya
NIVOBS	Xarxa d'Observació Nivològica
SMC	Servei Meteorològic de Catalunya
VREA	Valors de Referència Estadísticament Acceptables
XANIC	Xarxa Nivològica de Catalunya

1 Objectiu del Projecte

El present informe és el resultat d'un encàrrec de l'Institut Geològic de Catalunya (IGC) a en Santiago Manguán Esteban, revisat per Carles García Sellés. Es tracta de l'informe del *Projecte de regionalització nivoclimàtica: Modelització espacial de valors màxims de nevada al Pirineu*. L'objectiu d'aquest és confeccionar mapes per a tota l'extensió del Pirineu de Catalunya on estiguin cartografiats, per a tres períodes de retorn diferents (30, 100 i 300 anys), les següents variables:

- Gruix màxim de neu al terra (HS).
- Neu màxima caiguda en 24 h (HN24).
- Neu màxima caiguda en 72 h (HN72).
- Increment màxim de neu en 72 h (DH3dd).

Són doncs un total de 12 mapes. La informació continguda en aquests mapes ha de ser consultable a partir d'una aplicació numèrica que doni, a partir de les coordenades d'un determinat punt, els valors dels períodes de retorn predits.

Aquesta informació és requerida des de l'IGC per a la modelització precisa de zones d'allaus per aquests mateixos períodes de retorn, i per a posar a disposició de la societat una eina que faciliti una millor planificació territorial en matèria d'allaus.

2 Síntesi

DADES DE TREBALL

En aquest treball es fan servir dades de gruix de neu i de neu recent provinents de la XANIC i la NIVOBS. Tot i que hi havia un treball previ confeccionat pel Grup de Climatologia de la Universitat de Barcelona (IGC, 2010), s'han hagut de revisar els resultats d'aquest per diferents problemes (dades no actualitzades, irregularitats en les dades d'origen i en els càlculs i escassetat de sèries).

S'ha incorporat informació sobre els últims anys de la XANIC i totes les sèries de la NIVOBS i s'han calculat els períodes de retorn per totes les estacions. L'ajust triat ha estat Gumbell Màx, ja que aquest és el que millor explicava el 70 % de les distribucions de dades. Posteriorment totes les distribucions han passat amb èxit la prova de Kolmogorov-Smirnov per determinar si l'ajust és bo. Els períodes de retorn calculats per Gumbell Màx de les estacions de la XANIC i la NIVOBS (taules 1 i 2 de l'informe) són considerats els Valors de Referència Estadísticament Acceptables (VREA). La resta del treball consisteix en trobar funcions matemàtiques que prediguin la distribució espacial dels VREA.

GENERALIZED ADDITIVE MODEL (GAM)

S'ha triat modelitzar els diferents paràmetres a partir de GAM. Els motius s'expliquen a l'apartat 4 i 4.1. Les relacions matemàtiques que en resulten no són artificis matemàtics entre variables, sinó que estan basats en les relacions controlables entre paràmetres. Permet fer ús de múltiples dependències funcionals, corregeix les particularitats en les sèries de dades, són intuïtius i relativament fàcils d'implementar.

VARIABLES PREDICTORES I FUNCIONS PARCIALS

En el nostre cas, una variable predictora és qualsevol paràmetre que pot estar relacionat amb l'ocurrència de nevades i l'acumulació de neu al terra. S'ha triat l'alçada, la latitud, la distància a l'oceà Atlàntic, la distància mínima a un punt d'alçada 1000 metres que dreni cap al nord i els sectors nivoclimàtics.

Una funció parcial és la relació matemàtica que millor ajusta els VREA a una única variable predictora; s'ha triat assajant amb nou funcions diferents (lineal, quadràtica, exponencial...) i triant aquella que més variabilitat expliqui. Per tant, una funció parcial explica la dependència entre un dels nostres mapes i una única variable predictora.

En trobar les diferents funcions parcials i els coeficients de correlació entre aquestes i els VREA s'ha pogut descartar variables predictores com la distància al Mediterrani o la distància a l'eix principal de la serralada.

REGRESSIÓ LINEAL MÚLTIPLE

Un cop s'ha trobat quina és la millor relació entre els VREA de cert mapa i cadascuna de les possibles variables predictores, s'ha fet una regressió lineal múltiple entre les variables a zonificar i les seves funcions parcials. D'aquesta manera s'assigna quin és el pes que té cada funció parcial en el GAM.

S'ha descartat el resultat d'aquells GAM que assignessin un pes negatiu a determinada funció parcial, cercant una nova llista de variables predictores que respectés la forma original de les citades funcions parcials.

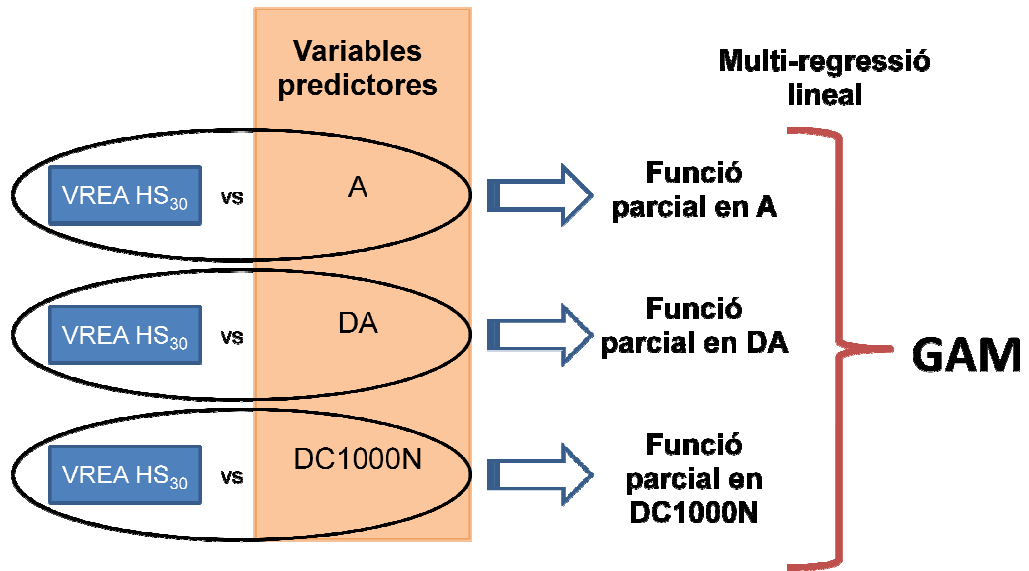


Figura 1: Metodologia de treball.

RESULTATS

Finalment s'han obtingut dotze relacions funcionals d'aquest tipus:

$$HN24_{30} = 280.6 + 72.7 \cdot e^{-\frac{1433.8}{A}} - 5.1282 \cdot 10^{-5} \cdot LT + 0.1457 \cdot DC1000N - 0.005835 \\ \cdot DC1000N^2 - 19.9 \cdot (CN + PRE)$$

Veiem que es tracte d'una constant, més una exponencial negativa de la inversa amb l'alçada, més una recta amb la latitud, mes una paràbola amb la distància mínima amb un punt de cota 1000 que dreni al nord, una línia amb la pertinença o no del punt a dos sectors nivoclimàtics.

Les relacions trobades expliquen entre el 57 i el 72 % de la variabilitat dels VREA, amb uns errors relatius entre el 13 i el 28 % del valor mitjà de cada variable.

3 Dades

3.1 Origen de les dades.

3.1.1 Dades contingudes a l'informe ALL-011/10.

Un dels orígens de dades amb què es compta és l'informe "Anàlisi estadística de dades nivometeorològiques per a la zonificació d'allaus" (ALL-011/10), realitzat pel Grup de Climatologia de la Universitat de Barcelona amb l'objectiu de proveir a l'IGC de dades útils per a la realització de mapes de diferents variables nivometeorològiques per diversos períodes de retorn. N'hi ha de dos tipus:

→ Dades d'estacions automàtiques de la XANIC, provinents del Servei Meteorològic de Catalunya, amb mesures de gruix de neu i càlculs de neu recent.

→ Dades d'estacions manuals, algunes sense mesura de gruix de neu, provinents del SMC i de l'IGC.

Tot i que a la base de dades de l'IGC hi ha dades d'estacions manuals amb registres de gruix de neu i neu recent, en la confecció del citat informe no van ser calculats els valors de les variables objecte d'aquest estudi.

Han estat detectades inconsistències internes a les dades i valors de nevades màximes en períodes de retorn discordants amb la resta. Per exemple, a les estacions de Cadí Nord, Espot i Ulldeter, els gruixos de neu acumulats en 72 hores són majors si hi ha hagut assentament que si no hi ha hagut, i això es repeteix per tots els períodes de retorn. També hi ha valors que, tot i que no presenten cap inconsistència, són poc raonables. Per exemple, a Sasseuba, el gruix de neu acumulat en tres dies considerant l'efecte de l'assentament és de 38 cm una vegada cada 30 anys, de 45 cm una vegada cada segle, i de 50 cm una vegada cada 300 anys; aquests valors són molt baixos i discordants amb la resta de períodes de retorn.

Examinant en detall els càlculs en què es va basar l'informe, van ser detectades errades importants, com les següents:

- En calcular l'acumulació en 72 hores per tal d'obtenir DH3dd, es restava del valor del gruix de neu de cada dia, el que hi havia quatre dies abans. Aquest càlcul és erroni ja que s'hauria de restar el gruix de neu registrat tres dies abans.

- Nombrosos càlculs eren realitzats de manera automàtica, sovint sense considerar si a la sèrie hi havia llacunes sense dades o valors manifestament erronis.

- Per últim, les dades d'aquest informe arribaven fins l'any 2008; en el moment de la realització d'aquest treball es disposa de quatre temporades més de dades validades de la XANIC.

El procediment de treball amb les dades provinents de la XANIC ha estat el següent:

1. Revisar, i si s'esqueia corregir, les dades i els càlculs continguts a l'informe ALL-011/10.
2. Completar les dades amb les quatre temporades de dades noves amb què es compta a l'actualitat.
3. Calcular novament els períodes de retorn de les dotze variables a zonificar.

Una vegada realitzades aquestes correccions, només es disposava de 9 dades per a cada mapa (una per cada estació de la XANIC). Considerant l'extensió del Pirineu, d'uns 4000 km², la densitat és d'una dada cada 450 km² aproximadament. Altres estudis, com Bocchiola i Rosso (2008) compten amb una xarxa d'una estació cada 120 km², Bocchiola et Al. (2008) amb una estació cada 180 km², o López-Moreno i Nogués-Bravo (2005) amb una estació cada 70 km² aproximadament.

Una altra limitació de les dades provinents de l'informe ALL-011/10 és la seva distribució altitudinal; totes les estacions estan ubicades entre els 2100 i els 2500 metres d'altitud, amb la qual cosa no es té informació sobre el gruix de neu per sota ni per sobre d'aquestes cotes. No obstant, la majoria de les allaus són desencadenades en aquest interval d'alçades, i per tant és on se centra el màxim interès. D'altra banda, la densitat d'aquestes dades és superior al sector occidental del Pirineu que a l'oriental.

Calia, doncs, incloure noves dades per tal que l'estudi recollís la variabilitat climàtica de la zona d'estudi i es pogués fer ús d'un nombre raonable de variables predictorres.

Estació	Longitud de la sèrie (anys)
Bonaigua	15
Boí	14
Malniu	13
Sasseuba	11
Ulldeter	11
Espot	10
Port del Comte	10
Comalada	9
Cadí Nord	9

Taula 2: Taula amb les estacions de la XANIC contingudes a l'informe ALL-011/10 i longitud de les seves sèries.

3.1.2 Altres dades proporcionades per l'IGC.

L'Institut Geològic de Catalunya recull durant la temporada hivernal dades nivometeorològiques; aquestes són registrades manualment i provenen del Pirineu de Catalunya i Andorra.

Les dades d'aquestes sèries han estat utilitzades per a calcular nous períodes de retorn no inclosos a ALL-011/10 a partir dels quals confeccionar els mapes. Així la densitat d'estacions per unitat de superfície augmentà a més del doble, assolint una densitat d'una estació cada 200 km² aproximadament. Alhora s'incorporaven algunes estacions d'altitud inferior a 2100 metres.

El procés de treball amb aquestes dades ha estat molt similar al realitzat amb les de la XANIC:

1. Revisar, i si s'esqueia corregir, les dades i els càlculs continguts a l'annex B de l'informe ALL-011/10.
2. Completar les dades amb les quatre temporades de dades noves amb què comptem a l'actualitat, és a dir de la 2008-09 a la 2011-12. La temporada 2012-13 no està inclosa en els càlculs del present informe ja que les seves dades encara no estan validades.
3. Calcular novament els períodes de retorn de les dotze variables a zonificar.

Estació	Longitud de la sèrie (anys)
Núria	26
Baquèira	21
Vallter	19
Portainé	19
Ordino	18
Pastuïra	18
Pal	17
Boí-Taüll	17
Grau Roig	16
Estana	14
Arinsal	12
Baquèira	9

Taula 3: Taula amb estacions no contingudes a l'informe ALL-011/10 que han estat emprades en l'elaboració d'aquest treball; longitud de les sèries.

3.2 Càlcul dels períodes de retorn

Existeixen diferents mètodes per calcular valors màxims que poden ser vàlids per a la modelització del comportament de les variables d'interès per a diversos períodes de retorn (General Pareto, Gen. Extreme Value, Gumbell Max., Uniform, Error, Dagum, etc). En treballar amb una sola variable és convenient ajustar les dades de què es disposa amb el nombre més alt possible de distribucions; de totes elles es triarà aquella que tingui un millor ajust a partir de proves d'ajust com les de Kolmogorov-Smirnov, Anderson-Darling, Chi-quadrat o altres.

Així, l'informe ALL-011/10 conté dades de períodes de retorn calculats a partir de diferents distribucions. Aquest fet, així com les diferents longituds de les sèries i les seves llacunes, donaven lloc a algunes inconsistències en els resultats com els comentats anteriorment:

- Valors de DH3dd superiors a HN72.
- Valors molt contrastats entre diferents estacions, especialment per a períodes de retorn elevats.

Aquestes diferències tenien com a origen el fet d'haver calculat els períodes de retorn a partir de distribucions diferents. Per aquest motiu es va triar fer servir una única distribució de probabilitat per a totes les variables i estacions. De totes les distribucions calculades a l'annex C (el que conté les estacions de la XANIC) de l'informe ALL-011/10, el 70 % havien estat calculades a partir de la distribució Gumbell Max., de forma funcional expressada per:

$$x_{Gumbell Max} = u - \frac{\ln [-\ln (F(X))]}{d}$$

$$u = \bar{x} - 0,450047 \cdot S$$

$$\frac{1}{d} = 0,779696 \cdot S$$

$$F(X) = 1 - \frac{1}{T}$$

En ser la distribució de Gumbell Max la que millor s'ajusta al gruix de les dades, per aquest treball es va decidir calcular tots els períodes de retorn a partir d'aquesta distribució. Per tal de verificar si l'ajust realitzat era vàlid, es va realitzar el test dels valors crítics de Kolmogorov-Smirnov sobre totes les variables i estacions, essent positiu el resultat en la totalitat dels casos.

	HS (cm)			DH3dd (cm)			HN72 (cm)			HN24 (cm)		
	30 anys	100 anys	300 anys	30 anys	100 anys	300 anys	30 anys	100 anys	300 anys	30 anys	100 anys	300 anys
Arinsal	247	306	360	89	102	114	102	118	132	74	84	93
Baquèira-1800	254	303	347	136	165	190	151	181	208	101	122	140
Baquèira-2500	367	445	516	114	141	165	146	181	213	105	129	152
Boí	329	399	462	109	129	147	139	165	189	75	87	98
Boí-Taüll	274	330	381	117	142	165	119	144	166	67	79	89
Bonaigua	363	421	474	109	126	142	124	146	166	75	89	101
Cadí Nord	231	275	314	99	120	139	105	125	143	55	63	71
Cap del Rec	138	170	199	84	101	117	94	114	132	64	77	89
Comalada	256	299	338	93	106	118	97	111	123	59	67	75
Estana	54	67	77	53	65	75	68	85	100	41	50	58
Grau Roig	242	289	332	121	146	168	133	157	179	79	93	106
Malniu	129	154	176	90	107	122	111	133	152	68	79	90
Núria	159	193	224	87	102	115	99	117	133	68	80	91
Ordino	250	289	324	95	110	124	141	165	187	90	104	117
Pal	161	196	228	78	92	104	111	132	152	68	83	96
Pastuira	198	230	268	111	134	155	117	138	158	76	90	104
Port del Comte	103	122	138	58	69	78	83	100	115	49	58	66
Portainé	319	392	457	124	154	181	130	161	189	91	112	131
Sasseuba	238	272	304	83	96	107	90	105	117	48	53	57
Ulldeter	168	205	239	120	146	170	124	148	169	89	108	126
Vallter	282	359	429	130	163	192	132	164	193	85	105	123

Taula 4: Taula amb els valors obtinguts a partir del càlcul dels períodes de retorn per la distribució de Gumbel Max de les dotze variables a modelitzar.

Cal destacar que el document ALL-011/10 ha permès conèixer els ajustos més adients per a les dades amb què es treballa, així com la predominança de la funció de Gumbell com la que millor explica la majoria d'aquestes.

Les dades contingudes a la taula 3 reuneixen una sèrie de requisits com el fet de ser un conjunt a proves de coherència interna, trobats seguint la mateixa metodologia i havent passat el test de Kolmogorov-Smirnov. Tot i que hi ha algunes consideracions sobre la bondat d'aquestes dades que seran exposades més endavant, d'ara en endavant aquests càlculs seran considerats els valors de referència estadísticament acceptables (VREA). Es buscarà la manera de trobar expressions matemàtiques que representin a l'espai els VREA de la millor manera possible.

3.3 Altres consideracions sobre les dades de treball

3.3.1 Abast geogràfic de les dades

Malgrat haver afegit les dades de la Xarxa d'Observacions Nivològiques (NIVOBS, depenent de l'IGC), a les fetes servir per a l'elaboració dels càlculs del present treball, encara se'n podrien afegir més de cara a descriure més en detall el comportament climàtic de les diferents variables. A continuació se citen algunes propostes:

- Dades de muntanya del Pirineu aragonès, que dotarien de més precisió la dependència de les diferents variables amb la longitud o amb la distància a l'oceà Atlàntic.
- Dades d'estacions de fons de vall, com Vielha, Arties o Sort, que afegirien informació sobre la variació amb l'altitud.
- Dades del Pirineu francès, que donarien continuïtat a la dependència latitudinal de les variables.

3.3.2 Estacions no representatives

Les dades de l'estació d'Espot (XANIC) no han estat emprades en els càlculs que han donat lloc a les conclusions d'aquest treball. El motiu és que aquesta estació no és representativa de la seva ubicació, ja que la incidència del vent sobre la mateixa fa que l'acumulació de la neu sigui baixa.

En una primera fase de càlculs es van considerar les dades d'Espot; tots els residus (diferències entre el valor predit per a una estació i els VREA) eren positius, evidenciant la baixa acumulació d'aquest emplaçament. Aquest fet era especialment notable en el cas del gruix de neu a terra (HS), on els residus oscil·laven entre +112 i +158 cm.

3.3.3 Particularitats temporals

La temporada 1995-96 va ser especialment nivosa al Pirineu de Catalunya. De fet es van registrar valors rècord de gruix de neu al terra i de nevades màximes a diferents estacions (Núria, Vallter, Portainé, Cap del Reg, Pastuïra i Pal). En algun d'aquests casos els valors de la temporada 1995-96 contrasten fortament amb la resta de dades de la sèrie; en calcular els períodes de retorn d'aquestes variables els valors obtinguts són

considerablement més alts que els d'altres estacions properes que no feien mesures en aquesta temporada.

Estació	HS 30 (cm)	HS 100 (cm)	HS 300 (cm)
Ulldeter	168	205	239
Vallter	282	359	429

Taula 5: Taula amb els valors dels gruixos de neu màxims per a 30, 100 i 300 anys a les estacions de Vallter i Ulldeter.

Les dues estacions de la taula 4 disten aproximadament un kilòmetre. Les diferències entre els gruixos de neu calculats van entre el 70 i el 80 % del valor total sent superiors els de Vallter. Aquest efecte és principalment degut a la presència de dades de la temporada 1995-96 en els càlculs dels períodes de retorn.

4 Metodologia

Estudis similars realitzats per a modelitzar la distribució del gruix de neu o altres variables climàtiques en una determinada regió han emprat diferents mètodes numèrics. A I. Moreno et al. (2009) s'utilitza un model *tree model* per a representar el gruix de neu a la Vall de Núria a partir de dades de gruix de neu provinents d'un LIDAR (Laser Imaging Detection and Ranging), amb l'objectiu de calcular el volum de neu a la vall. A D. Bocchiola, R. Rosso. (2007) i D. Bocchiola et al. (2008) es van fer servir zones de comportament climàtic homogeni prèviament establertes per a trobar, mitjançant mètodes estadístics, les funcions a partir de les quals calcular els períodes de retorn a cada punt d'observació i, considerant l'estació més propera i el gradient del gruix de neu amb l'altitud, inferir un valor de la neu màxima recollida en 72 hores per a qualsevol punt. A M. Ninyerola et al. (2000) es fa servir una regressió lineal múltiple per a extrapolar per a tota Catalunya els valors de temperatura i precipitació mensual i anual. A J. I. López-Moreno, D. Nogués-Bravo (2005) estableix un mapa de gruix de neu mitjà per un mes d'abril a bona part del Pirineu espanyol a partir d'un Generalized Additive Model (GAM).

Els *tree model* tenen l'avantatge de no requerir cap relació funcional concreta entre diferents variables per aconseguir un bon ajust numèric, i són alhora mètodes molt flexibles que permeten explicar un alt percentatge de la variabilitat. També tenen inconvenients notables, com ara el sobreajustament de la variable o la discontinuïtat de les funcions resultants.

Pel que fa al model emprat per Bocchiola i Rosso (2007) i Bocchiola et al. (2008) té l'avantatge de donar més consistència als valors dels períodes de retorn quan comptem amb sèries curtes de dades. Altrament és necessari un estudi previ en què es demostrï que existeixen sectors homogenis pel que fa als períodes de retorn d'innivació, i a més, el mètode d'extrapolació és molt simple i només té en compte una de les variables (l'altitud). Dit d'una altra manera, aquest mètode està basat en regions homogènies dintre de les quals les variables només depenen de l'altitud, i la resta de la variabilitat funcional queda promitjada amb la resta d'observatoris de la zona. Per últim, els mapes obtinguts per aquest mètode representaran variables de forma discontinua.

El model emprat per Ninyerola et al. (2000) en la confecció de l'Atlas Climàtic Digital (regressió lineal múltiple) és senzill d'implementar i explica en alt grau la variabilitat

climàtica del territori català. És, però, un model basat en relacions lineals que no sempre expliquen la dependència entre dues variables de forma acurada. En resultar un mapa sense discontinuïtats, admet mapes correctors que fan que el model sigui exacte a partir d'un mapa de residus.

4.1 Característiques dels GAM

Els GAM són models matemàtics que permeten la extrapolació de variables numèriques a partir de la dependència funcional d'aquestes amb altres variables, que anomenarem predictores. La forma funcional d'aquesta dependència és la de la suma de diferents funcions que depenen únicament d'una de les variables predictores; aquestes funcions, en explicar només la dependència del GAM amb una variable seran anomenades funcions parcials. A diferència de la regressió lineal múltiple un GAM admet que les funcions parcials tinguin qualsevol forma, i no solament la dependència lineal.

S'ha triat la confecció dels diferents mapes a partir de GAM per què aquests mostren una sèrie d'avantatges respecte d'altres metodologies:

- Existeix menor dependència de la xarxa de mostreig i, en general, s'obtenen resultats més similars a la realitat climàtica.
- Les prediccions que resulten per cada punt obtingudes a partir d'un GAM estan fetes a partir de tota la informació disponible, en el nostre cas, de tots els VREA. Per tant els GAM suavitzen els errors associats a particularitats en les estacions de mesura o en el període d'observació. En aquest aspecte es diferencia dels mètodes locals en què en aquests últims poden quedar reflectides irregularitats de les estacions de mesura.
- Es tracta de models inexactes. Aquest fet pot ser solucionat a partir d'un mapa de residus.
- Admeten dependències no lineals entre les variables.
- Les funcions que relacionen la variable dependent i les predictores poden ser descartades o seleccionades a partir del criteri del modelitzador. Per exemple, tot i que la funció que millor ajusti la variable HS_{30} amb l'altitud fos sinusoidal, el modelitzador podria descartar aquesta ja que no hi ha cap motiu físic per pensar que és així.

Donades aquestes característiques, és adient l'ús d'un GAM per a la extrapolació de períodes de retorn en el nostre cas.

4.2 Variables predictores i funcions parcials

4.2.1 Variables predictores

Diferents estudis per avaluar gruixos de neu totals o recents han emprat distintes variables predictores amb l'objectiu de donar una expressió funcional que les relacionés. Així, Bocchiola et al. (2008) van fer servir com a variables predictores els paràmetres de distribució estadística calculats per observatoris de diferents variables nivoclimàtiques homogènies i, d'altra banda, l'altitud, per tal de construir la millor dependència funcional d' HN_{72} per a diferents períodes de retorn. López-Moreno i Nogués-Bravo (2005) van fer servir la latitud, la longitud, l'altitud, la distància a l'oceà Atlàntic, la distància a l'eix de la serralada i la radiació solar mitjana com a variables predictores per tal de modelitzar el gruix de neu mitjà durant el mes d'abril al Pirineu central.

Definim com a variable predictora qualsevol paràmetre vinculat als esdeveniments meteorològics que donen lloc a episodis de nevades o bé a processos associats a la variació dels gruixos recents acumulats o gruixos totals de neu al terra. Generar un conjunt adient de variables predictores implicarà:

→ Que estiguin relacionades amb els principals processos associats a nevades o a transformacions dels gruixos de neu.

→ Que no porti informació redundant.

Una primera prova de modelització fou realitzada emprant les variables predictores altitud (A), latitud (LT), longitud (LN), distància a l'Oceà Atlàntic (DA), distància al Mar Mediterrani (DM) i distància a l'eix principal de la serralada (DE). D'aquesta prova s'extragueren com a conclusions la necessitat d'afegir variables predictores que donessin informació més local, com ara l'exposició a determinades masses d'aire, i la conveniència d'evitar dues variables associades al mateix fenomen.

Les diferents variables a modelitzar tenen comportaments funcionals molt similars amb les variables LN, DA i DM; de fet, per al nostre conjunt d'estacions aquestes variables mostren correlacions que superen el 97% (en valor absolut) de correlació. En aquest

sentit es va decidir prescindir en l'anàlisi de la variable LN, ja que aquesta no està directament vinculada a cap fenomen físic; a més, només una de les variables DA i DM ha estat utilitzada en l'elaboració de cada mapa, concretament aquella que mostrés una dependència funcional més acurada (major correlació) amb la variable dependent.

En el interès per afegir al model informació més local, es va assajar amb dues noves variables: la distància mínima a un punt situat a cota 1000 m que dreni cap al vessant nord del Pirineu (DC1000N) i la distància mínima a un punt situat a cota 1000 m que dreni cap al vessant sud del Pirineu (DC1000S). Aquestes dues variables són una mesura qualitativa de quina distància ha de recórrer una massa d'aire per arribar a cada punt i per tant ens donen informació de quina quantitat de vapor d'aigua ha perdut l'ambient degut a la condensació orogràfica. Un inconvenient de l'ús d'aquestes dues noves variables és l'elevat grau de coincidència que tenen entre si i la variable DE.

r (%)	DC1000N	DC1000S
DE	95	-77
DC1000N		-72

Taula 6: Índexs de correlació de Pearson entre les variables DE, DC1000S i DC1000S per les estacions que prenen part a l'estudi.

Com podem veure a la taula 5, veiem els índexs de correlació entre les tres variables esmentades; tots ells són superiors (en valor absolut) al 70%; cal avaluar en cada cas quin o quins d'aquests paràmetres són els que expliquen millor la variabilitat de cada distribució. Altrament, cal evitar incloure en un model parelles de variables amb índexs de correlació mutus superiors al 80%.

4.2.2 Funcions parcials

Definim **funció parcial** com la dependència funcional que es pot establir entre una variable a modelitzar i una única variable predictora. Aquesta dependència pot tenir qualsevol forma: lineal, polinòmica, exponencial, etcètera. La suma de diferents funcions parcials donarà lloc a cadascun dels dotze GAM.

L'obtenció de cada funció parcial s'ha realitzat buscant la relació més acurada entre cada variable a modelitzar i cada variable predictora sense tenir en compte les demés; així, per

exemple, per conèixer la funció parcial entre HS_{30} i A , s'ha fet l'ajust entre aquestes dues variables a partir de nou funcions diferents (lineal, quadràtica, cúbica, logarítmica, inversa, composta, potència, exponencial de la inversa, creixement, exponencial i logística). La funció que ha donat un millor ajust ha estat l'exponencial de la inversa (anomenada funció S per la seva forma), amb paràmetres

$$F_{HS_{30}}(A) = 7.501 \cdot e^{-\frac{4542.995}{A}} \quad r^2 = 0.35$$

Així, per cadascun dels mapes i cadascuna de les variables predictorres s'han fet ajustos de quina és la millor variable predictora per nou dependències funcionals diferents, de les quals s'ha triat una que prenem com a funció parcial.

Cal dir que aquelles funcions que, malgrat donar un ajustament acurat, no mantenen una relació funcional lògica han estat descartades. Per exemple, la relació trobada entre $HN_{24_{100}}$ i DM amb un millor ajust era cúbica

$$F_{HN_{24_{100}}}(DM) = 675,161 - 16,094 \cdot DM + 0.1359 \cdot DM^2 - 0.000361 \cdot DM^3$$

$$r^2 = 0.468$$

Altrament, no hi ha cap justificació climatològica que ens faci pensar que la relació entre aquestes dues variables pugui ser cúbica, de manera que aquesta funció parcial, tot i tenir un molt bon ajust, ha estat desestimada.

4.2.3 Tria de variables predictorres

Com s'ha comentat a l'apartat 4.2.1, hi ha grups de variables predictorres amb un alt grau de correlació entre elles; d'una banda hi ha DE , $DC1000N$, $DC1000S$, i d'altra DA i DM . Per tal de no introduir informació redundat als diferents models que donessin lloc a sobreajustaments, s'ha decidit triar una variable representativa de cada grup de variables per cada mapa.

→ Grup DA i DM : En correlacionar cadascuna de les variables a modelitzar, a partir de les nou dependències funcionals, amb les variables DA i DM es constata que en tots els casos els millors ajustaments són els polinomis (quadràtics o cúbics) de la variable DA . Per tant, la variable DM ha estat desestimada de les diferents modelitzacions.

→ Grup DE, DC1000N i DC1000S: L'objectiu d'introduir la variable DC1000S als càlculs ha estat intentar modelitzar de quina manera, en allunyar-nos de les conques ben exposades als fluxos de component sud, els diferents gruixos de neu acumulada o recent minvaven. Altrament, hem observat que la totalitat de les variables a modelitzar augmentaven amb DC1000S; el motiu d'aquesta disminució no és que sigui poc favorable per l'acumulació de neu la bona exposició als fluxos de sud, sinó per que és molt més rellevant estar ben exposat als fluxos de component nord. En no poder admetre funcions parcials creixents entre les variables a modelitzar i DC1000S s'ha desestimat aquesta variable predictora.

Entre les variables DE i DC1000N, es va comprovar que en cap cas era millor variable predictora DE, i que les millors funcions parcials trobades eren polinomials (quadràtiques o cúbiques) o exponencials negatives en DC1000N.

4.2.4 Ús dels sectors nivoclimàtics

També han estat incorporades com a variables predictores les pertinences o no a cada sector nivoclimàtic; per tant s'han afegit set noves variables predictores (AFN Aran-Franja Nord, RVF Ribagorçana-Vallflosca, P Pallaresa, PP Perafita-Puigpedrós, CN Cadí Nord, PRE Prepirineu, TF Ter-Freser). Aquesta és una variable lògica, de valor binari; per exemple, per l'estació de Boí-Taüll, la variable RVF valdrà 1, i tota la resta de variables valdran 0. En tenir només dos valors possibles, la única dependència funcional que admeten és una constant per valor de la variable.

Per a cadascun dels mapes s'ha calculat la correlació i la quantitat en què varia la variable a modelitzar en funció de cada zona nivoclimàtica. A partir d'aquí s'han fet proves per determinar si la combinació de més d'un sector nivoclimàtic donava lloc a un millor ajust de la funció. Així, per a la variable $HN72_{30}$, els coeficients de Pearson i les constant additives trobades per a cada sector nivoclimàtic han estat:

Sector	AFN	RVF	P	PP	CN	PRE	TF
Pearson	0.166	0.211	0.159	-0.188	-0.432	-0.34	0.068
Constant (cm)	8.4	15.5	16.1	-13.8	-31.7	-34.1	3.7

Taula 7: Coeficients de correlació de Pearson y constants additives trobades per a cada sector nivoclimàtic per a la variable HN72₃₀.

Així, per a la variable HN72₃₀, els sectors amb els que la dependència és major són CN, PRE, RVF i PP, essent positiva en el cas de RVF i negativa a la resta de casos. Si generem una nova variable calculada com a PP+CN+PRE, de valor 1 si el punt pertany a algun d'aquests tres sectors i 0 si no pertany, podem calcular novament els paràmetres de correlació; així el coeficient de Pearson amb la nova variable és -0.59, i la constant additiva és -30.1 cm. De totes les combinacions possibles aquesta és la que més variabilitat pot afegir al model, de manera que s'hi afegeix en l'anàlisi. Les combinacions de sectors s'han fet sempre entre zones nivoclimàtiques geogràficament connexes.

4.3 Correlació lineal múltiple

Fins ara s'han triat les variables predictorres i les funcions parcials amb què millor s'ajusten a les variables a predir. Amb l'objectiu de construir els diferents GAM, cal fer una correlació lineal múltiple (CLM) entre la variable a predir de cada mapa i les diferents funcions parcials.

De cara a assegurar-nos que no canvia la forma en què les diferents funcions parcials s'ajusten a les variables a predir, cal garantir que els signes dels coeficients d'aquestes CLM són positius; dues excepcions són el terme constant i la constant additiva en el cas dels sectors nivoclimàtics, que poden ser positives o negatives.

Per exemple, en fer la CLM entre la variable HN24₁₀₀ i les funcions parcials de les variables predictorres S(A), Lineal (LT), Quadrat (DC1000N) i Cúbica (DA) es van obtenir coeficients positius per a totes les funcions parcials tret de la que involucra la distància a l'Atlàntic; això implicaria un màxim en HN24₁₀₀ en la zona central del Pirineu, fet contrari a les observacions, i per tant degut a un sobreajustament numèric de la funció sense respondre a motius climatològics. En aquests casos s'ha optat per descartar la

dependència amb aquesta variable predictora, o bé suplir-la per un sector o grups de sectors nivoclimàtics. En el cas de $HN24_{100}$, en eliminar la dependència amb la distància a l'Atlàntic, es va trobar com a millor substituïda la variable PRE+CN, amb un índex de correlació de -0.59 i una constant additiva de -26.2 cm.

5 Resultats

Les funcions parcials obtingudes per a les diferents variables predictorres han estat:

→ A - Altitud: Per a la totalitat de mapes, la dependència funcional entre les variables a predir i l'altitud han estat de tipus S:

$$F(A) = be^{-\frac{c}{A}}$$

on b i c són constants. Aquesta funció és estrictament creixent en tot el seu domini. El valor promig obtingut per c ha estat d'uns 2150 m.

→ LT - Latitud: Donat que la variació de la latitud en el Pirineu és molt baixa comparada amb el seu valor absolut, s'ha pres en tots els casos una aproximació lineal entre els diferents períodes de retorn i aquesta variable. En tots els casos el pendent ha estat baix, en ocasions negligible.

→ DC1000N – Distància mínima a cota 1000 m en N: Les funcions parcials obtingudes per a HN24, HN72 i DH3dd amb la variable DC1000N han estat quadràtiques. Totes elles experimenten un màxim entre els 12 i els 19 km de distància a un punt que dreni al nord situat a la cota 1000, i són decreixents a distàncies majors. Per a les variables HS, les funcions parcials trobades han estat exponencials negatives.

→ DA – Distància a l'Atlàntic: En tots els casos la funció parcial que donava un millor ajust ha estat cúbica, amb coeficient lineal negatiu, coeficient quadràtic igual a 0, i coeficient cúbic positiu.

$$F(DA) = a - b \cdot DA + cDA^3$$

En tots els casos la funció parcial experimenta un mínim en els diferents gruixos de neu entre els 273 i els 313 km de distància a l'Atlàntic. Per tant es constaten gruixos mínims de neu a una regió corresponent molt aproximadament al Perafita-Puigpedrós, el Cadí Nord i el Prepirineu.

	A	LT	DA	DC1000N	PP	CN	PRE
HN24 ₃₀	S	Lineal	-	Quadràtica	-	Lineal	Lineal
HN24 ₁₀₀	S	Lineal	-	Quadràtica	-	Lineal	Lineal
HN24 ₃₀₀	S	Lineal	-	Quadràtica	-	Lineal	Lineal
HN72 ₃₀	S	Lineal	-	Quadràtica	Lineal	Lineal	Lineal
HN72 ₁₀₀	S	Lineal	-	Quadràtica	Lineal	Lineal	Lineal
HN72 ₃₀₀	S	Lineal	-	Quadràtica	Lineal	Lineal	Lineal
DH3dd ₃₀	S	Lineal	Cúbic	Quadràtica	Lineal	Lineal	Lineal
DH3dd ₁₀₀	S	Lineal	Cúbic	Quadràtica	Lineal	Lineal	Lineal
DH3dd ₃₀₀	S	Lineal	Cúbic	Quadràtica	Lineal	Lineal	Lineal
HS ₃₀	S	-	Cúbic	Exponencial	-	-	-
HS ₁₀₀	S	-	Cúbic	Exponencial	-	-	-
HS ₃₀₀	S	-	Cúbic	Exponencial	-	-	-

Taula 8: Resum de les funcions parcials emprades per a modelitzar cada variable dependent.

→ Sectors nivoclimàtics: L'ús de sectors nivoclimàtics en les diferents modelitzacions no ha estat implementat per defecte, sinó com a complement per tal d'obtenir millors ajusts i reduir els errors. En el cas de la variable HS, en obtenir ajustos acurats sense haver d'emprar els sectors nivoclimàtics, aquests no s'han introduït en els càlculs. Per a DH3dd s'ha introduït com a variable predictora el conjunt de sectors PP+CN+PRE, obtenint coeficients additius negatius. Per les variables HN24 i HN72, en fer la CLM s'obtenien coeficients negatius per la funció parcial en DA tant si s'introduïen en el càlculs els sectors nivoclimàtics com si no; en conseqüència s'ha exclòs la funció parcial en DA i s'han afegit grups de sectors nivoclimàtics a la CLM; en el cas de HN24 han estat CN+PRE, i en el cas de HN72 PP+CN+PRE.

5.1 Funcions resultants, correlació i errors

A continuació es detalla, per a cadascuna de les dotze variables a modelitzar, quina és la dependència funcional trobada, el coeficient de correlació (r) entre la predicció i els períodes de retorn calculats, la desviació estàndard del model ($\bar{\varepsilon}$) i l'error relatiu (ε_r).

5.1.1 HN24₃₀

$$HN24_{30} = 280.6 + 72.7 \cdot e^{-\frac{1433.8}{A}} - 5.1282 \cdot 10^{-5} \cdot LT + 0.1457 \cdot DC1000N - 0.005835 \cdot DC1000N^2 - 19.9 \cdot (CN + PRE)$$

$$r = 0.617$$

$$\bar{\varepsilon} = 13 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_r = 18\%$$

5.1.2 HN24₁₀₀

$$HN24_{100} = 591.81 + 80.7 \cdot e^{-\frac{1320.5}{A}} - 1.157 \cdot 10^{-4} \cdot LT + 0.21194 \cdot DC1000N - 0.007519 \cdot DC1000N^2 - 26.2 \cdot (CN + PRE)$$

$$r = 0.586$$

$$\bar{\varepsilon} = 17 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_r = 20 \%$$

5.1.3 HN24₃₀₀

$$HN24_{300} = 876.76 + 89.8 \cdot e^{-\frac{1272.0}{A}} - 1.729 \cdot 10^{-4} \cdot LT + 0.27421 \cdot DC1000N - 0.009095 \cdot DC1000N^2 - 31.7 \cdot (CN + PRE)$$

$$r = 0.565$$

$$\bar{\varepsilon} = 21 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_r = 22 \%$$

5.1.4 HN72₃₀

$$HN72_{30} = 374.6 + 187 \cdot e^{-\frac{1667.15}{A}} - 7.231 \cdot 10^{-5} \cdot LT + 0.44876 \cdot DC1000N - 0.014324 \cdot DC1000N^2 - 18.0 \cdot (PP + CN + PRE)$$

$$r = 0.71$$

$$\bar{\varepsilon} = 16 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_r = 13 \%$$

5.1.5 HN72₁₀₀

$$HN72_{100} = 723.9 + 226.5 \cdot e^{-\frac{1595.86}{A}} - 1.465 \cdot 10^{-4} \cdot LT + 0.7003 \cdot DC1000N - 0.019871 \cdot DC1000N^2 - 21.6 \cdot (PP + CN + PRE)$$

$$r = 0.675$$

$$\bar{\varepsilon} = 20 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_r = 15 \%$$

5.1.6 HN72₃₀₀

$$HN72_{300} = -100.6 + 270 \cdot e^{-\frac{1548.93}{A}} - 2.358 \cdot 10^{-5} \cdot LT + 2.44312 \cdot DC1000N - 0.04128 \cdot DC1000N^2 - 32.2 \cdot (PP + CN + PRE)$$

$$r = 0.682$$

$$\bar{\varepsilon} = 23 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_r = 15 \%$$

5.1.7 DH3dd₃₀

$$DH3dd_{30} = 1658.9 + 132.9 \cdot e^{-\frac{1727.76}{A}} - 3.3136 \cdot 10^{-4} \cdot LT - 0.029364 \cdot DA + 1,27587 \cdot 10^{-7} \cdot DA^3 + 0.53053 \cdot DC1000N - 0.018255 \cdot DC1000N^2 - 19.8 \cdot (PP + CN + PRE)$$

$$r = 0.697$$

$$\bar{\varepsilon} = 16 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_r = 16 \%$$

5.1.8 DH3dd₁₀₀

$$DH3dd_{100} = 2456.6 + 162.3 \cdot e^{-\frac{1691.96}{A}} - 4.9248 \cdot 10^{-4} \cdot LT - 0.48974 \cdot DA + 2,1608 \cdot 10^{-6} \cdot DA^3 + 0.81248 \cdot DC1000N - 0.02512 \cdot DC1000N^2 - 24.2 \cdot (PP + CN + PRE)$$

$$r = 0.667$$

$$\bar{\varepsilon} = 21 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_r = 18 \%$$

5.1.9 DH3dd₃₀₀

$$DH3dd_{300} = 3134.7 + 188.8 \cdot e^{-\frac{1700.32}{A}} - 6.2857 \cdot 10^{-4} \cdot LT - 0.6748 \cdot DA + 3,0083 \cdot 10^{-6} \cdot DA^3 + 1.10283 \cdot DC1000N - 0.031768 \cdot DC1000N^2 - 28.2 \cdot (PP + CN + PRE)$$

$$r = 0.649$$

$$\bar{\varepsilon} = 26 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_r = 19 \%$$

5.1.10 HS₃₀

$$HS_{30} = 706.9 + 1111.6 \cdot e^{-\frac{4543.0}{A}} - 3.4099 \cdot DA + 1,1555 \cdot 10^{-5} \cdot DA^3 + 90 \cdot e^{-0.0159 \cdot DC1000N}$$

$$r = 0.721$$

$$\bar{\varepsilon} = 58 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_r = 26 \%$$

5.1.11 HS₁₀₀

$$HS_{100} = 410.9 + 1306.7 \cdot e^{-\frac{4419.40}{A}} - 3.8329 \cdot DA + 1,3036 \cdot 10^{-4} \cdot DA^3 + 108 \cdot e^{-0.0155 \cdot DC1000N}$$

$$r = 0.694$$

$$\bar{\varepsilon} = 73 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_r = 27 \%$$

5.1.12 HS₃₀₀

$$HS_{300} = 876.6 + 1496 \cdot e^{-\frac{4383.66}{A}} - 4.2785 \cdot DA + 1,4746 \cdot 10^{-5} \cdot DA^3 + 123.9 \cdot e^{-0.0155 \cdot DC1000N}$$

$$r = 0.672$$

$$\bar{\varepsilon} = 86 \text{ cm}$$

$$\varepsilon_r = 28 \%$$

5.2 Validació creuada

Amb l'objectiu de validar el mètode de construcció dels models numèrics que prediuen els diferents gruixos s'ha dut a terme un procés de validació creuada. Aquest consisteix en refer tots els càlculs per a les diferents variables a predir, excloent un nombre d'estacions que ens serviran de prova; d'aquests càlculs s'obtenen noves prediccions. Els nous models, avaluats a les estacions de prova, ens donaran un valor per a cada variable a predir que podem comparar amb el VREA. Així, comparant les desviacions dels primers models i les desviacions d'aquestes noves prediccions sense estacions de prova, podrem avaluar la bondat del mètode de creació de models.

Per a cada mapa s'ha triat tres estacions de prova, una de les quals pertany al Pirineu Occidental, una altra al Pirineu Oriental i la tercera a Andorra.

T (anys)	HS			DH3dd			HN72			HN24		
	30	100	300	30	100	300	30	100	300	30	100	300
Baquèira-1800												
Baquèira-2500												
Boí												
Boí-Taüll												
Bonaigua												
Comalada												
Portainé												
Sasseuba												
Cadí Nord												
Cap del Reg												
Estana												
Malniu												
Núria												
Pastuira												
Port del Comte												
Ulldeter												
Vallter												
Arinsal												
Grau Roig												
Ordino												
Pal												

Taula 9: Estacions de prova fetes servir en la validació del mètode de modelització.

Mapa	T (anys)	Regió	Estació	Residu prova (cm)	Residu convencional (cm)	Residu promig prova (cm)	Residu promig convencional (cm)
HS	30	P. Occ	Baquèira-1800	-82,9	-9,2	95,2	36,9
		P. Ori	Cadí Nord	-81,7	-46,9		
		And	Arinsal	-121	-54,7		
	100	P. Occ	Baquèira-2500	-64	-54,4	49,0	48,5
		P. Ori	Cap del Reg	42	32,8		
		And	Grau Roig	-41	-58,2		
	300	P. Occ	Boí	-73	-37,4	59,6	36,6
		P. Ori	Estana	100,1	61,6		
		And	Ordino	5,8	10,7		
DH3dd	30	P. Occ	Boí-Taüll	-3,2	-4,8	10,8	9,4
		P. Ori	Malniu	1,3	1,6		
		And	Pal	27,8	21,9		
	100	P. Occ	Bonaigua	3,8	1,2	19,7	17,3
		P. Ori	Núria	32,1	33		
		And	Arinsal	23,3	17,7		
	300	P. Occ	Comalada	22,5	18,7	20,2	16,0
		P. Ori	Pastuira	-34,1	3,6		
		And	Grau Roig	4	-25,6		

Mapa	T (anys)	Regió	Estació	Residu prova (cm)	Residu convencional (cm)	Residu promig prova (cm)	Residu promig convencional (cm)
HN72	30	P. Occ	Portainé	-17,2	-13,5	16,4	10,5
		P. Ori	Port del Comte	-13,4	1,9		
		And	Ordino	-18,5	-16,1		
	100	P. Occ	Sasseuba	56,6	36,3	23,5	16,9
		P. Ori	Ulldeter	7	9,2		
		And	Pal	6,9	5,1		
	300	P. Occ	Baquèira-1800	-25,1	-62,2	41,9	40,6
		P. Ori	Vallter	-82,1	-29,6		
		And	Arinsal	18,4	30		
HN24	30	P. Occ	Baquèira-2500	-35,9	-24,5	18,2	9,6
		P. Ori	Cadí Nord	-14,5	-1,4		
		And	Grau Roig	-4,3	-3		
	100	P. Occ	Boí	15	8,9	11,6	10,9
		P. Ori	Cap del Reg	-9,2	11,7		
		And	Ordino	-10,6	-12		
	300	P. Occ	Boí-Taüll	21	18,1	12,3	8,4
		P. Ori	Estana	6,7	1,5		
		And	Pal	9,2	5,6		

Taula 10.1 i 10.2: Resum dels residus obtinguts per a les estacions de prova per als models convencionals i en la procés de validació creuada.

A la taula 9 podem veure com per a cada mapa la diferència mitjana entre els residus obtinguts en la validació creuada i amb els models convencionals no supera els 9 cm, tret de HS₃₀ i HS₃₀₀. Els majors increments en els residus s'han registrat per estacions que es troben en un dels extrems d'alguna de les variables predictores; es tracta d'Estana (extrem mínim per la variable A) a HS₃₀₀, Baquèira-1800 (extrem de les variables DA i DC1000N) a HS₃₀ i HN72₃₀₀, Boí (extrem superior de A i inferior de DA) a HS₃₀₀, Vallter (extrem superior de DA) al model de HN72₃₀₀. En tots aquests casos, en no comptar el model amb informació sobre la dependència funcional d'alguna d'aquestes variables predictores, els càlculs perden exactitud en aquestes zones amb el consegüent increment en l'error comés.

5.3 Prediccions

S'han obtingut dotze expressions analítiques que assignen, per a cada punt del Pirineu, un valor de cadascuna de les variables a modelitzar.

Prediccions												
	HS			DH3dd			HN 72			HN24		
	30 anys	100 anys	300 anys	30 anys	100 anys	300 anys	30 anys	100 anys	300 anys	30 anys	100 anys	300 anys
Arinsal	192	231	267	101	120	137	117	139	162	75	89	102
Baquèira-1800	245	289	329	95	112	127	110	130	146	72	85	96
Baquèira-2500	329	391	447	111	131	150	132	157	181	80	94	106
Boí	311	371	424	117	141	163	133	160	193	81	96	110
Boí-Taüll	277	330	377	112	135	156	126	152	183	78	93	107
Bonaigua	288	343	392	107	128	146	126	149	174	78	92	104
Cadí Nord	184	224	261	81	98	113	97	117	138	53	62	71
Cap del Reg	167	203	236	82	99	114	97	117	137	74	89	102
Comalada	286	339	386	102	120	137	120	142	161	76	89	101
Estana	98	119	139	64	77	89	72	88	103	44	52	60
Grau Roig	191	231	268	104	124	142	120	144	169	76	90	103
Malniu	215	261	303	92	110	127	110	132	151	79	94	108
Núria	178	217	254	111	135	156	119	143	158	76	91	105
Ordino	241	291	335	106	124	141	125	149	168	78	92	105
Pal	182	219	253	100	120	137	115	138	164	74	88	101
Pastuira	191	232	272	112	136	158	120	144	157	76	92	106
Port del Comte	188	229	266	66	78	89	84	101	113	48	56	64
Portainé	209	250	288	102	123	142	117	141	174	74	89	103
Sasseuba	341	402	458	102	119	134	121	141	150	76	88	100
Ulldeter	238	289	338	119	145	169	131	157	173	80	96	110
Vallter	209	254	298	115	139	162	124	149	163	78	94	107

Taula 11: Valors predits per les diferents variables a predir pels models de l'apartat 4.1.

En un primer control de qualitat de les variables predites a partir de la consistència interna de les dades, s'observa que:

→ Donada una variable, el valor d'aquesta és sempre major per a períodes de retorn més grans.

→ Per a qualsevol període de retorn, el gruix màxim de neu a terra és sempre superior als gruixos de neu recent.

→ Per a qualsevol període de retorn, la neu recent recollida en 24 hores és menor a la recollida en 72 hores.

→ Per a T=30 i 100 anys, HN72 és sempre major que DH3dd. En el cas de T=300 anys, DH3dd és 1 centímetre superior que HN72 per a l'estació de Pastuira, mentre que a la resta d'estacions és inferior.

Per tant, de les 483 proves de coherència interna només hi ha una que no es compleixi, i per una diferència molt petita.

	Residu (Predit-real)											
	HS			DH3dd			HN72			HN24		
	30 anys	100 anys	300 anys	30 anys	100 anys	300 anys	30 anys	100 anys	300 anys	30 anys	100 anys	300 anys
Arinsal	-55	-75	-93	12	18	23	14	21	30	1	5	8
Baquèira-1800	-9	-14	-19	-41	-53	-64	-41	-52	-62	-29	-37	-44
Baquèira-2500	-38	-54	-70	-3	-10	-15	-14	-24	-32	-25	-36	-46
Boí	-18	-28	-37	7	12	16	-6	-5	3	6	9	12
Boí-Taüll	3	0	-4	-5	-7	-9	7	8	17	11	15	18
Bonaigua	-75	-78	-82	-1	1	4	2	4	8	3	3	4
Cadí Nord	-47	-50	-53	-18	-22	-26	-8	-8	-5	-1	-1	0
Cap del Reg	29	33	36	-1	-3	-3	3	4	6	10	12	13
Comalada	30	39	47	9	14	19	23	31	37	17	22	26
Estana	44	53	62	11	12	13	5	3	3	3	2	1
Grau Roig	-51	-58	-64	-17	-22	-26	-13	-13	-10	-3	-3	-2
Malniu	86	107	127	2	3	5	-2	-1	-1	11	15	18
Núria	19	24	31	24	33	41	19	26	25	8	11	14
Ordino	-8	2	11	11	14	17	-16	-16	-19	-12	-12	-12
Pal	21	23	25	22	28	33	4	5	11	6	5	6
Pastuira	-7	2	4	1	2	4	3	6	0	1	1	2
Port del Comte	85	107	128	7	9	11	2	2	-2	-1	-2	-2
Portainé	-111	-141	-169	-22	-31	-39	-13	-20	-16	-17	-23	-28
Sasseuba	104	130	154	19	23	27	30	36	32	28	36	42
Ulldeter	70	84	99	0	-1	-1	7	9	4	-8	-12	-16
Vallter	-72	-105	-131	-16	-23	-30	-8	-15	-30	-7	-11	-16

Taula 12: Resum dels residus (diferència entre el valor predit i el VREA) per a totes les variables a predir, estacions i períodes de retorn.

A la taula 10 podem veure les estacions per les quals els residus, és a dir, les diferències entre les prediccions i els VREA, són més grans. Per estacions, aquelles que presenten residus més significatius són, en aquest ordre:

→ Sasseuba: els residus més destacables tenen lloc per la variable HS. Probablement sigui degut a que les funcions parcials d'HS en DC1000N són exponencials negatives, amb la qual cosa el valor més elevat es dona als punts més propers a rius que drenin al nord (el Garona en aquest cas). La funció parcial exponencial en DC1000N és una bona aproximació regional però localment, a part de l'Aran, no s'ajusta prou bé a la realitat.

→ Portainé: els diferents models donen aproximacions inferiors als períodes de retorn inicials, especialment per les variables HS. Dues possibles causes són la poca insolació d'aquest indret, que contribueix a que la disminució en el gruix de neu sigui més lenta, i el fet que aquesta estació compti amb dades de 1995-96, per la qual cosa els valors dels períodes de retorn calculats són molt elevats.

→ Vallter: els residus més considerables per aquesta estació corresponen a la variable HS. Probablement sigui degut també al fet que aquesta estació comptava amb mesures

la temporada 1995-96, amb el consegüent augment dels períodes de retorn calculats. D'altra banda, a la propera estació d'Ulldeter, els models sobreestimen els gruixos de neu al terra, passant aproximadament pel valor promig dels períodes de retorn calculats per ambdues estacions (veure apartat 2.3.3).

→ Baquèira-1800: per aquesta estació, els models estan per sota dels períodes de retorn calculats per les variables HN24, HN72 i DH3dd.

→ Malniu: novament les prediccions menys acurades corresponen a les variables HS. Probablement sigui degut a l'efecte de la insolació sobre aquest sector, que fa que els màxims acumulats no arribin a valors molt elevats.

Camp	T (anys)	r	ε (cm)	ε_r (%)
HN24	30	0,617	13	18
	100	0,586	17	20
	300	0,565	21	22
HN72	30	0,71	16	13
	100	0,675	20	15
	300	0,682	23	15
DH3dd	30	0,697	16	16
	100	0,667	21	18
	300	0,649	26	19
HS	30	0,721	58	26
	100	0,694	73	27
	300	0,672	87	28

Taula 13: Coeficients de correlació, desviacions estàndard i errors relatius entre els models confeccionats i els períodes de retorn per al conjunt de les estacions.

Pel que fa als diferents camps a modelitzar, com es pot veure a la taula 12, en tots els casos les desviacions estàndard i els errors relatius de cada modelització són més grans per a períodes de retorn majors. En el cas dels coeficients de correlació, podem

comprovar que per a $HN72_{300}$ és superior a $HN72_{100}$, però que en la resta de casos, els coeficients de correlació són inferiors per a períodes de retorn alts.

Els coeficients de correlació més baixos són els corresponents a la variable $HN24$, és a dir, aquesta és la variable aparentment menys previsible. La variable amb ajustos més acurats és HS malgrat que les prediccions realitzades només involucren tres variables predictoras.

El fet que HS sigui alhora la variable amb ajustos més acurats, i alhora aquella que té els errors relatius més grans és una aparent contradicció. La desviació estàndard dels camps $HN24$, $HN72$ i $DH3dd$ és, en promig per a tots els períodes de retorn, d'uns 25 cm, mentre que la de HS és de 100 cm. Per tant podem dir que la variabilitat natural del gruix de neu màxim al terra (HS) és molt superior a la de les variables que involucren neu recent; en canvi, el fet que HS sigui més previsible fa pensar que la seva distribució en l'espai és més regular.

La següent taula mostra, per als dotze mapes a modelitzar, quina és la desviació estàndard de les $VREA$, l'error promig comés pel GAM i la comparació d'aquests dos paràmetres.

	HS			DH3dd			HN72			HN24		
	30 anys	100 anys	300 anys	30 anys	100 anys	300 anys	30 anys	100 anys	300 anys	30 anys	100 anys	300 anys
$\sigma VREA$ (cm)	84,0	101,1	116,8	22,2	28,3	34,0	22,1	27,2	32,1	17,0	21,6	26,0
σGAM (cm)	58,2	72,8	86,5	15,9	21,1	25,9	15,5	20,1	23,5	13,4	17,5	21,4
$\sigma GAM / \sigma VREA$	0,69	0,72	0,74	0,72	0,75	0,76	0,70	0,74	0,73	0,79	0,81	0,83

Taula 14: Desviació estàndard dels $VREA$ de cada camp a modelitzar, error promig de cada GAM trobat i quocient entre ambdues magnituds.

A la taula 13 s'observa que l'error promig de cada GAM és inferior a la desviació estàndard de tots els camps. Els errors dels models trobats estan entre el 69 i el 83 % de la variabilitat natural de les dades. Els GAM que més milloren la zonificació de les dades són els corresponents a HS , seguides de $HN72$, $DH3dd$, i per últim $HN24$.

6 Conclusions i propostes de treball

- Les series climàtiques emprades són, en general, curtes per fer aquest tipus d'estudi: haurien de tenir un nombre d'anys de l'ordre de $T/2$. Núria, la sèrie més llarga amb què s'ha treballat té 26 anys de dades i per tant totes les estacions queden lluny de donar aproximacions acurades per als períodes de retorn de 100 i 300 anys. A més haurien de cobrir el mateix rang d'anys per tal que siguin climàticament comparables, fet que tampoc es compleix. És, per tant, convenient refer periòdicament els càlculs dels períodes de retorn i de zonificació quan hi hagi cert volum de dades nivològiques noves, per exemple, cada cinc anys.
- Tot i que la densitat territorial d'estacions és comparable a la d'altres estudis similars, l'estudi disposa de poques dades per sota de 1900 metres d'altitud, i per tant és imprecís en la dependència altitudinal dels diferents paràmetres. De la mateixa manera, seria convenient afegir estacions de les zones limítrofes amb el Pirineu de Catalunya i Andorra que pertanyen a França i a Aragó.
- Per les característiques dels mapes a confeccionar, pel tipus i volum de dades de què es disposa, i per la variabilitat climàtica del Pirineu, s'ha triat emprar GAMs per a establir la dependència entre els períodes de retorn i les diferents variables predictorres.
- Les variables predictorres triades atenen als principals trets climàtics que influeixen sobre els gruixos de neu totals i recents al Pirineu de Catalunya i Andorra. D'altra banda no atenen a factors locals com ara la insolació o l'efecte del vent, molt rellevants en els valors de HS i DH3dd. Es podrien parametritzar aquests fenòmens i afegir-los a l'anàlisi.
- Les prediccions que s'obtenen dels GAM tenen forma d'expressió analítica sobre diferents variables predictorres. Aquestes prediccions són inexactes, de manera que si volem construir models exactes haurem de sumar a cada GAM nous mapes amb els residus dels models.
- Les prediccions corresponents a nevades (HN24, HN72 i DH3dd) tenen índexs de correlació entre el 57 i el 71% amb els períodes de retorn calculats; els errors dels models són, en general, baixos, i no superen els 10 cm en la meitat dels casos.

- Les prediccions corresponents a gruixos màxims de neu a terra (HS) tenen índexs de correlació més alts, entre el 67 i el 72%. Tot i això, la forta variabilitat natural d'aquest camp fa que alguns dels errors dels models siguin molt elevats.

- Alguns dels residus més significatius que s'han registrat tenen lloc al sector aranès i en la variable HS. Probablement part d'aquesta discrepància tingui a veure amb la modelització amb el paràmetre DC1000N, en forma d'exponencial negativa; aquesta aproximació és vàlida per a la regió del Pirineu en conjunt, però no tant per a part de l'Aran. Sent a més aquesta vall un indret especialment afectat per l'activitat d'allaus, caldria plantejar la possibilitat de fer un estudi concret per a aquesta zona; aquest estudi hauria d'incloure dades de fons de vall amb les que no s'ha comptat per a la realització d'aquest informe. Caldria construir models d'àmbit local que prediguin la distribució espacial de les dotze variables. En aquest cas, es podria cercar informació sobre estacions com Bossost, Vielha, Arties i altres properes del Pirineu de França i Osca.

- En aquest estudi s'han emprat com a variables predictores les zones nivoclimàtiques del BPA. Aquesta regionalització de l'espai està basada en l'observació qualitativa i no en un estudi sobre el comportament de variables nivològiques; emprar aquestes variables és, per tant, arbitrari. De cara a dotar de major consistència a un futur treball, caldria definir regions climàtiques de comportament homogeni i emprar-les com a variables predictores.

- En vistes a uns millors ajustos de la variable HS, caldria afegir l'efecte de la radiació solar en l'acumulació de la neu. Per tant, en futurs treballs caldria considerar la influència solar en les modelitzacions.

7 Referències

BOCCHIOLA, D. i ROSSO, R. 2007. Application of a regional approach for hazard mapping at an avalanche site in northern Italy. *Adv. Geosci.*, 14, pp. 201-209

BOCCHIOLA, D., BIANCHI-JANETTI, E., GORNI, E., MARTY, C. i SOVILLA B. 2008. Regional evaluation of three day snow depth for avalanche hazard mapping in Switzerland. *Nat. Hazards Earth Syst. Sci.*, 8, pp. 685-705.

IGC, GRUP DE CLIMATOLOGIA DE LA UNIVERSITAT DE BARCELONA. 2010. Anàlisi estadística de dades nivometeorològiques per a la zonificació d'allaus. ALL-011/10. 312 p. Generalitat de Catalunya.

INSTITUTO PIRENAICO DE ECOLOGIA – CSIC. 2008. Il curso de verano sobre técnicas y métodos estadísticos avanzados para estudios climáticos.

LÓPEZ-MORENO, J. I. i NOGUÉS-BRAVO, D. 2005. A generalized additive model for the spatial distribution of snowpack in the Spanish Pyrenees. *Hydrological Processes*. Vol.19. pp 3167-3176.

MORENO, I., RUIZ, A., MARTURIÀ, J., OLLER, P., PIÑA, J., MARTÍNEZ, P. i TALAYA, J. 2009. Assesment of airborne LIDAR for snowpack depth modeling. *Boletín de la Sociedad Mexicana de Geología*, Vol.63, N.1, pp. 95-107.

NINYEROLA, M., PONS, X. i ROURE J. M. 2007. Objective air temperature mapping for the Iberian Peninsula using spatial interpolation and GIS. *International Journal of Climatology*, Vol.27, pp. 1231-1242.